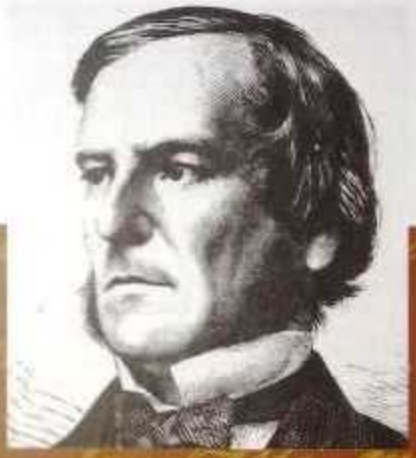
El creador del álgebra de la lógica

Boole



$F(A,B,C) = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$

GENIOS de las MATEMÁTICAS

El creador del álgebra
de la lógica

Boole

RBA

© 2017, Rafael del Vado Vírseda por el texto
© 2017, RBA Coleccionables, S.A.

Realización: EDITEC
Diseño cubierta: Llorenç Martí
Diseño interior: Luz de la Mora
Infografías: Alberto Fregenal
Fotografías: Alamy: 37ad, 109, 117bi, 117bd, 139ad, 145; Album: 123; Archivo RBA: 25, 31, 37ai, 37b, 53, 63, 77, 79, 85ai, 85ad, 85bi, 85bd, 91, 101, 117a, 139ai; Shutterstock: 139b.

Reservados todos los derechos. Ninguna parte de esta publicación puede ser reproducida, almacenada o transmitida por ningún medio sin permiso del editor

ISBN (Obra completa): 978-84-473-8775-5
ISBN: 978-84-473-9062-5
Depósito legal: B 17251-2017

Impreso y encuadernado en Cayfosa (Impresia Ibérica)

Impreso en España - *Printed in Spain*

Sumario

INTRODUCCIÓN 7

CAPÍTULO 1 La creación de un matemático autodidacta 15

CAPÍTULO 2 El álgebra de la lógica 43

CAPÍTULO 3 En busca de las leyes del pensamiento 67

CAPÍTULO 4 Un mundo de ecuaciones matemáticas 97

CAPÍTULO 5 Pioneros de la era digital 125

LECTURAS RECOMENDADAS 151

ÍNDICE 153

Introducción

Cuando en 2006 Stephen Hawking publicó su famosa antología *Dios creó los números: Los descubrimientos matemáticos que cambiaron el mundo*, tuvo que enfrentarse al reto de decidir cuáles podrían ser las obras más destacadas en la historia de las matemáticas. Trató de seleccionar los trabajos matemáticos que habrían ayudado a la humanidad a avanzar en su entendimiento del mundo hasta llegar a nuestra actual era científica y tecnológica. Entre la treintena de fragmentos que finalmente seleccionó, y que van desde la geometría básica de Euclides (ca. 325 a.C.-ca. 265 a.C.) hasta el genio de la informática Alan Mathison Turing (1912-1954), se cuentan los trabajos de grandes matemáticos como Isaac Newton, Carl Friedrich Gauss, Karl Weierstrass o Kurt Gödel. Entre ellos se encuentra también una extensa obra titulada *Las leyes del pensamiento*, cuyo autor es el quizá no tan conocido matemático y lógico británico George Boole (1815-1864). Entre las razones que Stephen Hawking dio para justificar la inclusión de su obra, señalaba que «iluminó la propia naturaleza del pensamiento y permitió su parcial mecanización, es decir, la moderna computación digital».

Esta obra intenta adentrarse en el trabajo matemático de George Boole para entender cómo su legado está, efectivamente, y presente tanto en la base de las matemáticas modernas como en los ordenadores actuales. Al mismo tiempo, pretende exponer los detalles más relevantes y significativos de su vida a principios del

siglo XIX. Esta combinación de biografía y teoría busca motivar al lector a aprender algo más sobre la aventura que las matemáticas han supuesto para el pensamiento humano y, en particular, para entender cómo surgió la «brújula» con la que quienes cultivan esta disciplina navegan por su extenso mar de ideas abstractas: la lógica.

Gracias a los trabajos de George Boole, la lógica se transformó en una ciencia matemática moderna para alcanzar cumbres tan altas como la que supuso en pleno siglo XX el teorema de incompletitud de Kurt Gödel. Los escasos avances que se hicieron tras el trabajo original de Aristóteles provocaron que Boole se encontrara con una disciplina que prácticamente se había mantenido inalterada durante dos mil años. Con su trabajo demostró que la deducción lógica podía estudiarse como una rama más de las matemáticas. Ahora bien, la gran aportación de Boole fue, sin duda, demostrar que la lógica es un sistema de procesos sujeto a leyes similares a las del álgebra, que ofrece todo un cálculo matemático para el razonamiento deductivo. Años más tarde, gracias a los trabajos del ingeniero estadounidense Claude Shannon (1916-2001), las reglas de este cálculo deductivo se representarían mediante circuitos electrónicos, hecho que hizo posible la construcción de los ordenadores actuales, y dio paso a la moderna computación digital.

Esta obra se organiza en cinco capítulos. En el primero de ellos se describe la infancia y juventud de George Boole en Lincolnshire, un condado de Inglaterra del que proceden personajes tan conocidos como el físico y matemático Isaac Newton. Se explica cómo, a pesar de la gran desventaja que suponía su origen humilde en pleno siglo XIX, fue capaz de recorrer el camino que le llevó de ser un estudiante autodidacta a convertirse en uno de los matemáticos más prolíficos de su época. Se describen sus primeras publicaciones, que le hicieron ganar la Royal Medal de la prestigiosa Royal Society de Londres en 1844. En estas primeras obras consiguió mostrar el método que seguiría para aplicar procedimientos algebraicos a la resolución de ecuaciones diferenciales, y que sería años más tarde la base de sus principales trabajos matemáticos. También se explica su descubrimiento en solitario de la teoría de los invariantes, que a la postre llegaría a desarrollarse a gran escala, para dar lugar a una nueva rama de las matemáticas que sería de gran utilidad al físico Albert Einstein en el desarrollo de su conocida teoría de la relatividad.

En el segundo capítulo se describe cómo George Boole logró conseguir la plaza de primer profesor de Matemáticas en el recién creado Queen's College de la ciudad irlandesa de Cork, a pesar de no haber recibido una educación formal universitaria. Gracias a las importantes contribuciones matemáticas que hasta el momento había realizado en solitario y al apoyo de grandes matemáticos y físicos de su época, como Augustus De Morgan, Arthur Cayley y William Thomson, consiguió convertirse en el primer profesor de Matemáticas de dicha institución. Aunque por aquel entonces Boole ya contaba con una obra matemática significativa, pudo ampliarla durante su estancia en Irlanda. De entre las obras que realizó en esta época, el capítulo destaca su trabajo revolucionario sobre la lógica como una rama de las matemáticas. Este trabajo aportó una idea esencial al representar un razonamiento lógico mediante ecuaciones matemáticas, gracias a un nuevo cálculo algebraico inventado por el matemático, no basado en números sino en clases de objetos, que en la actualidad se conoce como «álgebra de Boole».

El tercer capítulo narra la vida académica de George Boole en el Queen's College de Cork. Aunque por aquel entonces dicha ciudad irlandesa distaba de ser un centro intelectual o cultural relevante, permitió a Boole llevar una vida intelectual y académica acorde a su categoría profesional como uno de los más geniales matemáticos del siglo XIX. Además de ser elegido decano de Ciencias de este centro universitario, recibió doctorados *honoris causa* por las universidades de Oxford y de Dublín. Sin embargo, esta fue una época difícil para él, especialmente por las continuas polémicas políticas y religiosas que suscitaba el carácter laico del recién inaugurado Queen's College tanto en Irlanda como en Inglaterra, que desembocaron en continuos conflictos entre su rector y la plantilla académica, y en las que Boole casi siempre se veía involucrado. A pesar de ello, fue en esta época cuando consiguió dar forma a su gran obra maestra *Las leyes del pensamiento*, sobre la cual fundamentó sus teorías matemáticas sobre la lógica y el

cálculo de probabilidades, y en la que desarrolló la teoría de que las proposiciones lógicas podían ser manejadas mediante técnicas matemáticas. En este capítulo se hablará también de los inventores de las primeras máquinas lógicas que empleaban el álgebra de clases de Boole para estudiar y resolver problemas lógicos. Estas máquinas lógicas se convirtieron en una especie de ordenadores primitivos, capaces de procesar automáticamente términos lógicos y de poder resolver razonamientos deductivos complicados.

El capítulo siguiente trata sobre la vida familiar de Boole tras su matrimonio con Mary Everest, sobrina de George Everest, quien completó el estudio topográfico del subcontinente indio. Con ella tuvo cinco hijas. En esta época publicó dos obras que se convirtieron en libros de texto de referencia en la Universidad de Cambridge hasta 1923, y de los que, en 2014, se publicó una edición revisada. El primero de ellos era un tratado sobre las ecuaciones diferenciales en el que probaba la fórmula conocida como «identidad de Boole» y cuya generalización desempeñaría más adelante un papel decisivo en el campo del procesamiento de señales digitales en los ordenadores modernos. El segundo, dedicado a las ecuaciones en diferencias, contenía más de doscientos problemas con soluciones comentadas por el propio autor. Muchas de estas fórmulas prácticas son de uso común en la actualidad como base de la circuitería informática y de la ingeniería electrónica. En nuestros días, los estudiantes de ciencias y de ingenierías aprenden estos métodos en un curso de ecuaciones diferenciales en un primer o segundo año universitario.

El quinto y último capítulo cuenta el fallecimiento de George Boole con tan solo cuarenta y nueve años. A pesar de su temprana muerte, murió rodeado de honores, y con una fama cada vez mayor, pues después de los trabajos de Boole, la lógica matemática ha logrado ser objeto de avances continuos, tanto en el área de las matemáticas modernas como en el de la ingeniería electrónica y en el de las ciencias de la computación.

Tras su muerte, el trabajo de George Boole dio un paso fundamental cuando, ya en pleno siglo xx, el matemático, ingeniero electrónico y criptógrafo estadounidense Claude Shannon mostró que las operaciones booleanas más sencillas eran aptas para expresar cálculos en el sistema de numeración binario —es decir, el sistema formado por ceros y unos que se emplea actualmente en los ordenadores y la informática—. Estableció así la posibilidad de representar las operaciones booleanas mediante circuitos eléctricos, cuya combinación se podía expresar mediante operaciones lógicas y aritméticas en el sistema matemático de Boole. Shannon encontró una aplicación práctica de la lógica de Boole para diseñar circuitos de conmutación telefónica, la cual sería la base para el diseño tanto de computadores digitales como del código informático de las aplicaciones de móvil y los videojuegos actuales. Los operadores de la lógica binaria de George Boole están implementados mediante microchips en los circuitos de los computadores actuales gracias a las llamadas puertas lógicas. De este modo, el cálculo de Boole quedó representado por medio de circuitos de conmutación que, a su vez, permitieron la construcción de los ordenadores electrónicos. Con pequeñas modificaciones, el álgebra de Boole llegó a convertirse también en la fuerza de empuje detrás de la inteligencia artificial. El matemático Boole y el ingeniero Shannon lograron de esta forma fijar las bases conceptuales de lo que hoy en día se denomina «procesamiento digital de la información».

La reciente conmemoración del bicentenario de la muerte de George Boole, que tuvo lugar el 2 de noviembre de 2015, reunió a seguidores del matemático procedentes de todo el mundo para celebrar su vida y su legado. Una de las actividades celebradas fue la presentación de una biografía de Boole escrita por el matemático irlandés Desmond MacHale: *The Life and Work of George Boole: a Prelude to the Digital Age* (*Vida y obra de George Boole: un preludio a la era digital*, 1985). La presente obra es en gran parte deudora de esta biografía. En ella se defiende la idea de que el escritor Arthur Conan Doyle creó a su malvado profesor Moriarty basándose en una versión oscura del propio George Boole, puesto que ambos eran maestros de matemáticas en una pequeña universidad de provincias, además de compartir la afición por la astronomía y por el teorema del binomio de Newton. Si eso es así, Boole no solo dejó su profunda huella en la historia de las matemáticas, sino también en las aventuras de Sherlock Holmes, el investigador más famoso de la literatura universal.

1815 George Boole nace el 2 de noviembre en Lincoln, Gran Bretaña. Es el primer hijo de John Boole, un zapatero, y Mary Ann Joyce, una doncella.

1834 Con tan solo diecinueve años, abre su primera escuela en Lincoln para asentar la economía familiar. De manera autodidacta, estudia matemáticas en sus ratos libres.

1841 Publica el influyente artículo «Investigaciones sobre la teoría de transformaciones analíticas» en la aún reciente teoría matemática de los invariantes.

1844 Recibe la Royal Medal de la Royal Society de Londres por su trabajo *Sobre un método general de análisis*, dedicado a las ecuaciones diferenciales.

1847 Publica su primer libro *Análisis matemático de la lógica*, en el que expone sus trabajos pioneros en lógica mediante la utilización de un álgebra para el análisis de razonamientos.

1849 Es nombrado primer profesor de Matemáticas de la Universidad de Cork, en Irlanda.

1851 Es elegido decano de Ciencias. Recibe con grandes honores un doctorado *honoris causa* por la Universidad de Dublín, al que le seguiría otro por la Universidad de Oxford.

1854 Publica su segundo libro, *Una investigación de las leyes del pensamiento*, en el que fundamenta sus teorías matemáticas sobre el álgebra de la lógica y su aplicación a la probabilidad.

1855 Se casa con Mary Everest. Dos de las hijas del matrimonio siguieron los pasos de Boole y realizaron importantes contribuciones a la geometría de cuatro dimensiones.

1857 Es elegido miembro académico de la Royal Society de Londres y galardonado con la medalla Keith de la Royal Society de Edimburgo, lo que lo confirmaba como un matemático muy influyente.

1859 Publica su tercer libro, *Tratado de ecuaciones diferenciales*, en el que expone un método general de análisis para la resolución de diferentes tipos de ecuaciones diferenciales. Fue libro de texto en la Universidad de Cambridge hasta 1923.

1860 Publica su cuarto libro, *Tratado del cálculo de las diferencias finitas*, con más de doscientos problemas resueltos y comentados por él mismo.

1864 Fallece el 8 de diciembre en Ballintemple, a causa de una neumonía tras haber caminado varias millas bajo una intensa lluvia para llegar al aula donde impartía sus clases.

CAPÍTULO 1

La creación de un matemático autodidacta

George Boole nació a principios de noviembre de 1815 en Lincoln, al este de Inglaterra. La baja clase social a la que pertenecían sus padres le impidió recibir una educación convencional, y tuvo que encargarse de ayudar económicamente a su familia desde los dieciséis años como maestro de escuela. A pesar de ello, consiguió recorrer en solitario y de manera autodidacta el duro camino que le llevó a convertirse en uno de los matemáticos más prolíficos de su época.

George Boole nació en la ciudad británica de Lincoln el 2 de noviembre de 1815. Fue el primer hijo de John Boole y Mary Ann Joyce, quienes no habían tenido descendencia durante los primeros nueve años de su matrimonio, seguido en rápida sucesión por su hermana Mary Ann y sus dos hermanos, William y Charles. John Boole trabajaba de zapatero en un negocio que a duras penas le permitía ganarse la vida y sustentar económicamente a su familia.

En 1815, año en el que se produjo la famosa batalla de Waterloo entre el ejército francés, a cuyo mando se encontraba Napoleón Bonaparte, y las tropas británicas, holandesas y alemanas bajo la dirección del duque de Wellington, ser hijo de un humilde comerciante significaba sufrir y ser relegado a un trato muy inferior en la escala social inglesa. Como consecuencia de ello, en aquella época un niño con el estatus social como el que tenía George Boole no podía aspirar a estudiar algo que no fuera el catecismo.

No obstante, John Boole era un gran apasionado de la ciencia, la literatura y las matemáticas y, en especial, de la aplicación de todos los principios matemáticos que le permitieran construir instrumentos científicos como microscopios, telescopios y todo tipo de ingenios ópticos. Mostraba con particular orgullo y entusiasmo un telescopio que había construido con el siguiente cartel en el escaparate de su tienda: «Todo aquel que desee observar el traba-

jo de Dios con espíritu humilde y reverencial está invitado a entrar y mirar a través de mi telescopio».

Sin duda, John Boole supo transmitir su gran pasión por la óptica y la astronomía a su hijo George, y ambos se deleitaron en la creación de todo tipo de instrumentos científicos, como caleidoscopios, relojes de sol, e incluso intentaron construir una primitiva máquina de calcular.

En la época de la Revolución Industrial, el estudio de lenguas clásicas se consideraba un signo de nobleza y distinción. Quizá por esta razón, para ascender en su posición social, y aunque su padre no sabía latín, George Boole estudió por su cuenta latín y griego, pues en la escuela a la que asistía no se impartían tales materias. Aunque su padre intentó interesarle más en la construcción de instrumentos ópticos, Boole seguía creyendo que el estudio de los clásicos era la clave para alcanzar posiciones sociales dominantes.

Con el aliento paterno y con la ayuda de un librero amigo suyo que le enseñó la gramática más elemental, George Boole pudo seguir sus estudios de manera autodidacta. Así, con tan solo doce años estudió el latín suficiente como para traducir al inglés un poema en verso del poeta romano Horacio (65-8 a.C.), algo que sin duda llenó de orgullo a su padre, quien, aunque no llegase a comprender el meritorio esfuerzo de la traducción, logró que se publicara en uno de los diarios de Lincoln. Esta publicación abrió una polémica entre los eruditos de la época, especialmente por parte de aquellos que cuestionaban la originalidad y autoría de George Boole. En junio de 1839 se publicó en el *Lincoln Herald* la traducción inglesa de un poema del escritor griego Meleagro. El trabajo apareció firmado por «G.B. de Lincoln, de catorce años de edad», lo que hizo que un tal P.W.B., maestro de lenguas clásicas, escribiera al periódico poniendo en duda su autoría. Como consecuencia de ello se produjo un intercambio de cartas, todas ellas publicadas también en el *Lincoln Herald*, entre G.B. y P.W.B. hasta que la polémica se fue apagando. El efecto de todo el esfuerzo que realizó George Boole por aprender latín y griego por su cuenta quedó reflejado en los numerosos latinismos con los que desde entonces adornaba todos sus trabajos.

LA VOCACIÓN DE LA ENSEÑANZA

Tras su paso por la escuela primaria, no era concebible que un zapatero con una esposa y cuatro hijos a los que mantener fuera capaz de proporcionar una educación secundaria formal a su hijo mayor en ciencias, literatura, matemáticas y el estudio de los clásicos, como cabría esperarse a su edad. La única educación secundaria que John Boole podía proporcionar a su hijo era la asistencia, por un breve período, a la academia comercial de Thomas Bainbridge —situada en Michaelgate, en el mismo Lincoln— cuyos estudios comenzó el 10 de septiembre de 1828. Allí realizó notables progresos, especialmente en matemáticas, centrado particularmente en el estudio de la teoría de ecuaciones algebraicas. En su tiempo libre continuó con su aprendizaje autodidacta, en esta ocasión de francés, alemán e italiano, cuyo conocimiento le sería después de gran ayuda en la comprensión y el desarrollo de sus propias ideas matemáticas.

Por desgracia, el interés de John Boole por los temas científicos le llevó a desatender cada vez más su negocio, hasta tal punto que terminó llevándolo a la quiebra. Debido a ello, a los dieciséis años George Boole tuvo que abandonar por completo sus estudios para poder ayudar económicamente a su familia. Su situación hacía difícil que pudiera alistarse en el ejército o ejercer como abogado. Una de las opciones que le quedaban era la de ordenarse sacerdote.

Pese a que George Boole no profesó ninguna religión concreta —y tenía dificultades para creer en la divinidad de Cristo—, sí mostró unas firmes convicciones religiosas. Esto pudo deberse a la voluntad de adquirir lo más rápido posible una profesión que le permitiera rentabilizar sus conocimientos de latín y griego. Aunque durante buena parte de su infancia había sido miembro de la Iglesia de Inglaterra, sus creencias religiosas se habían inclinado poco a poco hacia la doctrina cristiana del unitarismo, en oposición a la más extendida de la Santísima Trinidad, que considera al Padre, Hijo y Espíritu Santo como manifestaciones del mismo Dios. Esta concepción unitaria sería muy significativa más adelante en su obra matemática, al grado de que eligió el símbolo 1 para repre-

sentar todo su universo matemático. También consideraba que el hombre concibe el mundo físico que le rodea como un mundo en tres dimensiones. En cualquier caso, la pobreza extrema en la que vivía su familia hizo que también abandonase la idea de formar parte de la Iglesia de Inglaterra y se centrara únicamente en la idea de proporcionar una ayuda económica inmediata a sus parientes.

La única opción que le quedaba entonces era la de dedicarse a la enseñanza. Encontró un empleo en julio de 1831 como maestro ayudante en una pequeña escuela metodista, la escuela de South Parade de William Heigham, en la localidad de Doncaster, a unos sesenta y cinco kilómetros de su ciudad natal de Lincoln. Si bien en aquel entonces los maestros ayudantes no recibían un salario sino un jornal, esta fue una época más o menos feliz para George Boole, quien se dedicaba por las noches a su aprendizaje autodidacta —cada vez más orientado hacia las matemáticas— cuando los alumnos se retiraban a descansar. En años posteriores el mismo Boole justificaría esta decisión explicando que, con un sueldo tan limitado, los libros de matemáticas eran los que le resultaban más rentables, pues se necesitaba mucho más tiempo para leerlos que los de cualquier otra materia.

Hay un hecho del que también hablaba Boole sobre su estancia en la escuela metodista: caminando una tarde por un prado a comienzos de 1831, la idea de que las relaciones lógicas se pudieran expresar mediante relaciones matemáticas con las que explicar la lógica del pensamiento humano iluminó de repente su mente. Esta experiencia, a la que Boole se referiría durante su vida en varias ocasiones por su carácter mesiánico, no daría sin embargo sus frutos hasta mucho tiempo después en la que sería su mayor contribución a las matemáticas, *Las leyes del pensamiento*. Sin embargo, durante el período de residencia en Doncaster, sus creencias religiosas cada vez más próximas al unitarismo y el hecho de trabajar en la resolución de problemas matemáticos los domingos dentro de la misma iglesia, provocaron la indignación de los padres de algunos de los alumnos, metodistas estrictos que llegaron a considerar la conducta de Boole irrespetuosa e incluso un tanto sacrílega.

Tras perder su puesto en la escuela metodista, George Boole trató de volver a Lincoln y de encontrar allí una vacante en algún

trabajo similar. Desafortunadamente, no había ninguna plaza, y el único empleo que logró obtener en 1833 fue el de maestro en la ciudad de Liverpool, tres veces más lejos de Lincoln que Doncaster, en la escuela en el número 4 de la calle White Mill, dirigida por el editor y educador William Marrat (1772-1852) a quien Boole conocía previamente por haber escrito un libro sobre mecánica que él mismo había estudiado con anterioridad. Aunque la compañía de Marrat fue sin duda un gran estímulo científico para Boole, y su estancia en Liverpool pudo considerarse como feliz y exitosa, no llegó a permanecer en su escuela más de seis meses, debido sobre todo a la desorganización y al caos doméstico con el que Marrat dirigía su centro educativo. En palabras de su propia hermana, Boole debía asistir al «espectáculo frecuente de pasiones y apetitos satisfechos con demasiada desmesura» a las que la gestión del director de la escuela daba lugar.

«La misma obstinación con la que el error conserva su poder es uno de los argumentos más fuertes para el establecimiento final y eterno de la verdad.»

— GEORGE BOOLE, EN SU DISCURSO SOBRE ISAAC NEWTON.

Su siguiente empleo también duró muy poco. En la segunda mitad de 1833, George Boole regresó a Lincoln, donde encontró un trabajo, también como ayudante de maestro, en la academia de Robert Hall en la localidad de Waddington, a cuatro millas de Lincoln. A pesar de la poca distancia, la cada vez más complicada situación económica por la que atravesaban sus padres hacía completamente insuficiente el salario que George percibía, pues era el único soporte de la familia en aquellos momentos. Así, aunque en Waddington no se encontró con ninguna de las dificultades previas que había vivido en Doncaster y en Liverpool, no le quedó más remedio que regresar a Lincoln en 1834.

George Boole tenía solo diecinueve años cuanto tomó la decisión de fundar su propia escuela en su ciudad natal con el fin de cimentar sobre unas bases sólidas el sostenimiento económico de

su familia. Durante los siguientes quince años fundó de forma sucesiva tres escuelas, para garantizar el sostén de toda su familia, ya que tanto Mary Ann, su hermana, como su hermano William terminaron ayudándole en su trabajo docente y administrativo. De hecho, en su familia ya existía tradición en la implantación de instituciones de ese tipo, pues su tío William Boole había trabajado como director de escuela en la localidad de Bassingham, cerca de Lincoln, para posteriormente fundar su propia academia de matemáticas en esta última localidad. La primera escuela de George, claramente inspirada en el modelo de su tío, estaba situada en Free School Lane y era un colegio de día mixto que llegó a cosechar un gran éxito tanto educativo como económico. Siendo su director, tuvo la oportunidad de experimentar con diferentes métodos educativos. Así, para enseñar matemáticas, tuvo muy claro que gran parte de esta materia había tenido su origen en la resolución de problemas meramente prácticos. Por ello, centró su estudio en el uso práctico de las ideas matemáticas, más que en su utilización abstracta, especialmente en las primeras etapas del aprendizaje, donde le dedicó más atención a la enseñanza de la aritmética y a la resolución de problemas de medidas. También se interesó en ofrecer un estudio equilibrado con otras materias, como los idiomas, la literatura y el estudio de los clásicos, todo ello en consonancia con la que había sido su propia educación autodidacta. Boole dedicó también una parte importante de sus métodos de enseñanza a la educación moral, por considerarla como «la parte más difícil de la actividad docente, pero la más importante de todas ellas». Lejos de ser un impedimento y una dificultad, su corta edad le ayudó a establecer vínculos muy fuertes con sus alumnos y le granjeó el respeto tanto de sus estudiantes como de la mayoría de los ciudadanos de Lincoln.

Aunque la dirección de una escuela en régimen abierto y de internado —en la que tenía que impartir numerosas clases— era una actividad muy absorbente, George Boole siempre encontró tiempo para desarrollar todo tipo de actividades de interés social en su ciudad. De este modo, formó parte del consejo de administración de uno de los centros de acogida femeninos en Lincoln, cuya misión era la de «proporcionar de manera provisional un hogar en el que, mediante la adquisición de hábitos industriosos y la instrucción moral y religiosa, aquellas mujeres apartadas de la virtud se pudieran reintegrar a un lugar digno dentro de la sociedad».

Aunque algunos biógrafos se refieren a estas mujeres como prostitutas, lo más posible era que se tratase simplemente de chicas de clase social baja que se habían quedado embarazadas y que habían sido abandonadas a pesar de recibir una promesa de matrimonio.

Ahora bien, desde su regreso a la ciudad, George Boole dedicó la mayor parte de su tiempo libre al Instituto de Mecánica de Lincoln, siguiendo los mismos pasos que su padre, quien permaneció durante mucho tiempo vinculado a dicha institución. Institutos de este tipo fueron muy habituales durante la época victoriana y estaban destinados a impartir una educación gratuita a artesanos y otros trabajadores, principalmente en horario nocturno. Sus miembros podían consultar los periódicos y los más de tres mil volúmenes de su biblioteca y museo, así como asistir a las clases gratuitas que se impartían sobre diferentes materias o a las conferencias que impartían invitados relevantes. Aunque sus normas eran muy estrictas —no estaba permitido ningún juego, con la excepción del ajedrez, ni ningún tipo de bebida alcohólica—, se autorizaba la entrada de mujeres a las habitaciones, siempre y cuando sus nombres fueran debidamente registrados en el libro de admisiones por parte de un miembro del instituto.

George Boole enseguida se convirtió en miembro de su comité directivo e incluso fue elegido supervisor de las clases impartidas en la institución, lo que le proporcionó una oportunidad ideal para poner en práctica sus ideas sobre el progreso del ser humano mediante la educación. Durante muchos años y sin recibir ningún tipo de remuneración, impartió allí clases de aritmética, matemáticas, ciencia y cultura clásica; realizó recomendaciones para la ampliación de los fondos de su biblioteca; y ofreció conferencias sobre una gran variedad de temas. Una de las conferencias que George Boole impartió en 1835, con tan solo diecinueve años, se titulaba «Genio y descubrimientos de sir Isaac Newton» y logró congregar a una enorme audiencia, no solo formada por los miem-

bros del Instituto, sino también por los ciudadanos más prominentes de la ciudad de Lincoln.

Isaac Newton también había nacido en el condado de Lincolnshire y había profesado el unitarismo. Entre sus enormes contribuciones científicas se encontraba el desarrollo del cálculo diferencial, rama de las matemáticas a la que Boole había dedicado gran parte de su tiempo de estudio e investigación. El discurso de este último se centró especialmente en cómo las leyes físicas por las que se rigen los movimientos de los planetas en el universo podían ser establecidas como una consecuencia matemática de la famosa ley de la gravitación universal de Newton.

Los presentes quedaron asombrados por la juventud y el ímpetu del conferenciante y por su amplio dominio de la materia. Ese mismo año, su conferencia fue publicada y distribuida tanto en Lincoln como en Londres y, aunque el número de copias fue muy limitado, sin duda contribuyó a dar a conocer su nombre y prestigio entre los ciudadanos de todo el condado de Lincolnshire.

A pesar de que la escuela fundada por George Boole gozaba de un gran éxito, padecía severas restricciones económicas. El centro era muy pequeño y las necesidades de su familia eran cada vez mayores. En 1838 surgió una oportunidad de poder expandir el negocio cuando Robert Hall, quien había sido su jefe en Waddington murió, y Boole fue invitado a hacerse cargo de su escuela en esa localidad. Aunque Waddington se encontraba a cuatro millas de Lincoln, decidió aceptar la propuesta y tanto sus padres como sus hermanos — quienes también le ayudaron en la dirección de la nueva escuela— se trasladaron a vivir allí. Tan pronto como la escuela comenzó a funcionar bajo la dirección de George Boole, la reputación y los beneficios económicos de esta crecieron de forma considerable, de manera que su familia se olvidó de sus preocupaciones. El crecimiento fue tal que Boole decidió ramificar el negocio y abrir de nuevo su escuela en Lincoln. En el verano de 1840 consiguió abrir un nuevo centro en el número 3 de Potter Gate, en pleno Minster Yard, cerca de la catedral de Lincoln. La familia Boole al completo regresó a su ciudad natal, aunque esta vez para ocupar un lugar mucho más espacioso. En aquel momento, su hermana Mary Ann ya contaba con veintidós años y su

A HOMBROS DE GIGANTES COMO ISAAC NEWTON

El 25 de diciembre de 1642 vino al mundo un hombre que llegaría a revolucionar el conocimiento científico de toda la humanidad: el famoso científico inglés Isaac Newton (1642-1727). Sus logros sobre las leyes que rigen el movimiento y la atracción de las masas, o sus principios físicos sobre la luz, solo serían cuestionados a comienzos del siglo XX por las investigaciones de otro gran científico, Albert Einstein (1879-1955). Pero incluso después de la llegada de la mecánica cuántica y de la teoría de la relatividad, científicos e ingenieros resuelven hoy en día numerosos problemas usando la física clásica de Newton. Nació en el condado de Lincolnshire y, aunque lo más probable es que no sea cierta la leyenda popular de que Newton descubriera la ley de la gravedad al observar caer una manzana, existen testimonios que aseguran que disfrutaba sentándose a meditar al pie de uno de los manzanos del jardín de su casa, en su ciudad natal.

La ley de la gravedad

Sea como sea, lo que intrigaba más a Newton era que la Luna, suspendida también a una cierta altura y sujeta a las mismas fuerzas de la gravedad de la Tierra, no se viera atraída por esta como la manzana. Más adelante Newton daría forma matemática a sus teorías, demostrando que la órbita de la Luna sí queda gobernada por las mismas leyes físicas que la caída de la manzana en el planeta Tierra, solo que la órbita lunar describe una caída circular que nunca llega a terminar. La ley de la gravedad de Newton tuvo un gran éxito a mediados del siglo XIX cuando las observaciones astronómicas que se habían realizado sobre el planeta Urano no seguían las predicciones del modelo ideado por Newton. O las leyes de Newton eran erróneas, o es que existía algún otro planeta que todavía no había sido localizado, y que era el responsable de estar perturbando el movimiento de Urano. Fue así como en septiembre de 1846 se descubrió Neptuno. La asombrosa demostración de que las matemáticas habían sido capaces de predecir y guiar los telescopios como si de auténticas «lentes» del pensamiento se tratase, influyó notablemente en George Boole y le impulsaron a buscar las leyes matemáticas que servían de guía al pensamiento humano. Como el mismo Newton dejó escrito: «Si he conseguido ver más lejos, ha sido porque he subido a hombros de gigantes».

hermano William con veintiuno, por lo que empezaron a impartir clases en la nueva escuela, siempre bajo la supervisión de George. En 1846, la escuela experimentó un fuerte crecimiento de alumnos, lo que obligó contratar a dos nuevos tutores. Boole llegó incluso a impartir clases particulares a alumnos que estaban preparando su examen de ingreso a la universidad, no solo para obtener un suplemento económico, sino también para mantenerse en contacto con la docencia de las matemáticas en todos sus niveles educativos.

En esta época Boole también estuvo ligado a otra organización de carácter social en la ciudad: la Lincoln Early Closing Association. Su propósito era muy similar al del Instituto de Mecánica, pues era una mezcla de sindicato y centro de educación para adultos. George Boole llegó a ser su vigesimocuarto vicepresidente junto a sus amigos William Brooke y el reverendo Edmund Roberts Larken.

Incluso fue elegido para impartir otra conferencia el 2 de febrero de 1847, esta vez sobre el empleo adecuado del tiempo de ocio, después de la exitosa campaña realizada para conseguir la reducción de la jornada laboral a diez horas. En su exposición resaltaba la importancia de la observación como la base para el posterior establecimiento de una teoría científica, así como la combinación de la razón con la observación, con el fin de descubrir las leyes matemáticas por las cuales se rigen los fenómenos científicos. Terminaba su exposición con una referencia a Dios, como el gran autor y fundador de las leyes fundamentales del universo material.

LOS PRIMEROS TRABAJOS MATEMÁTICOS

A pesar de sus múltiples ocupaciones, George Boole siempre encontró tiempo tanto para estudiar algunos de los trabajos sobre matemáticas más relevantes de Gran Bretaña y el resto de Europa como para realizar sus primeras contribuciones. Es probable que Boole se viera motivado a estudiar matemáticas como una herramienta útil para el entendimiento y comprensión de la ciencia. Así, sus primeros intereses estaban dirigidos hacia la ciencia práctica. Del mismo modo, sus primeras lecturas tenían que ver con el estudio de la mecánica, la óptica y el movimiento de los cuerpos celestes, entre los que se interesó especialmente por el famoso «problema de los tres cuerpos», que plantea calcular las velocidades y posiciones de tres cuerpos sometidos a las fuerzas gravitatorias de atracción mutua. Ya en la conferencia sobre Newton que impartió en el Instituto de Mecánica de Lincoln se pueden encontrar los principios que posteriormente se convertirían en su mayor contribución a las matemáticas y a la ciencia: los resultados científicos son frecuentemente deducidos como consecuencias matemáticas de principios bien establecidos.

> «No importa cómo de correcto pueda ser un teorema matemático, nunca deberíamos estar satisfechos de que no parezca algo imperfecto, también tiene que dar la impresión de ser hermoso.»
>
> — GEORGE BOOLE.

Uno de los primeros libros de matemáticas que cayó en sus manos a la edad de dieciocho años fue *Cálculo diferencial e integral*, del matemático francés Sylvestre François Lacroix (1765-1843), en su edición original en francés. Le había facilitado el ejemplar el reverendo George Stephen Dickson, amigo suyo de toda la vida, quien había estudiado en la Universidad de Oxford después de convertirse en matemático también de forma autodidacta. Aunque por supuesto el joven Boole debía leer y releer una y otra vez cada argumentación ofrecida en el libro hasta comprender en su totalidad las ideas matemáticas en él contenidas, enseguida alcanzó un notable nivel de comprensión de sus ideas principales. Llegó a leer la *Mecánica celeste*, del francés Pierre-Simon Laplace (1749-1827) sin ayuda, cuando esta obra está considerada incluso hoy en día como una de las más difíciles de comprender y asimilar por los estudiosos. También sintió una especial fascinación por la obra

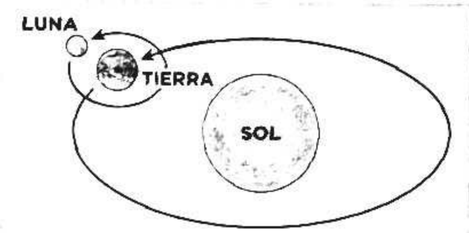
Mecánica analítica, del físico y matemático también francés Joseph-Louis Lagrange (1736-1813), de la cual realizó un estudio muy completo a pesar de su excesivo nivel de abstracción.

George Boole tuvo la fortuna de que a pocas millas de Lincoln, en la localidad de Thurlby Hall, viviera Edward Thomas Ffrench Bromhead (1789-1855), un afamado matemático amigo personal de Charles Babbage (1791-1871) y George Peacock (1791-1858), especializado en el estudio de métodos analíticos. Bromhead le prestó a Boole varios libros matemáticos de su extensa biblioteca personal, al tiempo que comentaba la validez y originalidad de los primeros trabajos matemáticos de Boole. De hecho, fue el responsable de que pudiera conocer algunos de los trabajos más avanzados de los matemáticos de la época entre 1838 y 1849, como los de los franceses Gaspard Monge o Joseph Fourier.

Cuando George Boole empezó a crear su obra matemática, en Gran Bretaña se comenzaba a descubrir el poder que tenía elegir un simbolismo matemático adecuado para resolver correctamente un problema. Esta creencia se había visto reforzada por la introducción, por parte del matemático y filósofo alemán Gottfried Leibniz (1646-1716), de un simbolismo muy potente y adecuado para el cálculo diferencial que podía ser aplicado para resolver gran cantidad de problemas de una forma sencilla. Así, gran parte de los trabajos tempranos de Boole exploran este aspecto, especialmente en el campo del álgebra, en los que se pretende que los símbolos que expresan operaciones y números obedezcan a una cantidad lo más reducida posible de reglas y leyes básicas. A pesar de su sencillez, podían aplicarse a numerosos tipos de objetos y operaciones, siempre que estos satisficieran las mismas leyes generales.

En sus primeros trabajos, George Boole aplicó todas estas técnicas algebraicas a una serie de objetos matemáticos denominados «operadores», que permiten operar sobre expresiones del álgebra para determinar otras expresiones. En particular, Boole se encontraba especialmente interesado en los llamados «operadores diferenciales», que formaban parte del cálculo diferencial y de la mayoría de los modelos matemáticos en los que se basan las leyes fundamentales del universo físico. La técnica de Boole permitía

EL PROBLEMA DE LOS TRES CUERPOS



En matemáticas ocurre con frecuencia que problemas que a simple vista nos pueden parecer muy sencillos en realidad no lo son. Es el caso del famoso problema de los tres cuerpos, cuyo origen procede de los trabajos de Isaac Newton y de su ley de la gravitación universal, una fórmula matemática que nos permite calcular la fuerza gravitatoria con la que se atraen dos cuerpos. El módulo F de dicha fuerza es proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional a su distancia al cuadrado. Dicha fuerza es proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional a su distancia al cuadrado:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{d^2} \text{ siendo } G = 6{,}67\text{x}10^{-11}\left[\frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}\right].$$

La constante de Gravitación Universal

El problema de los tres cuerpos implica calcular, en cualquier instante de tiempo, las velocidades y posiciones de tres cuerpos de masa arbitraria que se encuentren sometidos a las fuerzas gravitatorias de atracción mutua, partiendo de unas condiciones iniciales conocidas, como sus posiciones y sus velocidades. El sistema constituido por la Tierra, el Sol y la Luna sería un caso particular de este problema. Si bien este puede ser resuelto para dos cuerpos, todavía no se conoce una solución general para el problema de los tres cuerpos y, de hecho, se sabe que se trata de un problema muy inestable. Un caso particular fue resuelto por Joseph-Louis Lagrange, quien consiguió demostrar que existían cinco posiciones que podían ser resueltas, las que hoy en día se conocen como «puntos de Lagrange». Estos puntos son de gran importancia, pues permiten colocar en ellos determinados satélites espaciales.

Un problema irresoluble

Fue el matemático francés Henri Poincaré (1854-1912) quien demostró la inestabilidad del problema de los tres cuerpos. La conclusión a la que llegó es que la evolución del sistema es extremadamente caótica, lo que significa que pequeños cambios en las condiciones iniciales pueden dar lugar a soluciones completamente diferentes. Este fenómeno caótico es lo que actualmente se conoce como «efecto mariposa».

introducir un método de cálculo para después demostrar su utilidad aplicándolo a una serie de ejemplos concretos. Curiosamente, no demostraba que sus métodos fueran correctos, sino tan solo que sus ejemplos funcionaban de forma adecuada. Su primer trabajo matemático en solitario, es decir, sin que sus investigaciones contaran con la ayuda de un guía o tutor, versó sobre el cálculo de variaciones.

Si bien las oportunidades que tenía un autor primerizo para publicar sus trabajos matemáticos eran escasas —a menos que perteneciera a alguna institución de prestigio reconocido—, George Boole envió sus artículos de investigación a varias revistas, algunas de las cuales se mostraron reacias a incluirlos en sus publicaciones. Por fortuna, Boole envió su obra a la revista *The Cambridge Mathematical Journal*, fundada en 1837 por el matemático escocés Duncan Farquharson Gregory (1813-1844), quien quedó impresionado por la originalidad y el estilo del autor. El tiempo en que ejerció como maestro de escuela, Boole llegó a publicar más de diez artículos de investigación en dicha revista y mantuvo una correspondencia matemática con Gregory que sería el detonante de una amistad para toda la vida. También envió un artículo más extenso a la revista *Philosophical Transactions of the Royal Society*, reacia en principio a publicarlo por no ser Boole miembro de la institución, pero que finalmente no solo aceptó su trabajo, sino que incluso le premió con una Royal Medal.

EL CÁLCULO DE VARIACIONES

Los problemas matemáticos de máximos y mínimos llegaron a constituir la principal motivación para el origen y desarrollo del cálculo diferencial a finales del siglo XVII. Un típico ejemplo de esta clase de problemas sería el siguiente: «Dado un rectángulo de 8 unidades de perímetro, ¿cuáles deberían ser sus dimensiones para que tenga un área de valor máximo?».

La resolución de problemas de este tipo permite determinar los valores de una o diversas variables para los cuales una función dada sobre ellas consigue alcanzar el mayor o el menor valor posible. El cálculo de variaciones tiene por objeto resolver problemas de máximos y mínimos, pero de una naturaleza algo más complicada que los problemas ordinarios de los que se ocupa el cálculo diferencial, donde se hace desempeñar a las funciones el papel atribuido a las variables en el cálculo diferencial. Desde la Grecia clásica se han formulado problemas de este tipo.

Los problemas planteados intentan responder a cuestiones como ¿cuál es el camino más corto existente entre dos puntos del plano? ¿Y en el espacio? ¿Y sobre una superficie cualquiera? ¿Cuál es la curva plana que encierra la mayor área posible entre todas

LAGRANGE, LA INMENSA PIRÁMIDE DE LA CIENCIA MATEMÁTICA

El matemático, astrónomo y físico francés Joseph-Louis Lagrange nació en Turín el 25 de enero de 1736. Siendo el más joven de once hermanos, los ruinosos negocios de su padre lo obligaron desde muy joven a ayudar a su familia y a formarse de manera autodidacta como matemático hasta iniciar la publicación de sus primeros trabajos. Con solo diecinueve años fue elegido profesor de Matemáticas de la Escuela de Artillería de Turín y obtuvo gran reputación cuando fue capaz de resolver el problema isoperimétrico, lo que le condujo a desarrollar el cálculo de variaciones. También investigó el problema del movimiento de los cuerpos celestes bajo la fuerza de la gravedad y encontró los llamados «puntos de Lagrange», que son regiones localizadas en la transición de la gravedad de un cuerpo en relación a otro donde las fuerzas de gravitación de estos se anulan. Tras la Revolución Francesa, en 1794 fue elegido profesor de la Escuela Politécnica, y el mismo Napoleón Bonaparte llegó a decir de él: «Lagrange es la inmensa pirámide de la ciencia matemática». Falleció el 10 de abril de 1813 en París a los setenta y siete años.

las que tienen una misma longitud? ¿Qué forma tiene el tobogán más rápido posible?

Otro problema famoso es el de la reina Dido, dado a conocer por vez primera por el poeta romano Virgilio (70-19 a.C.) en un fragmento de la *Eneida*:

> Se van por el mar
> las riquezas del avaro Pigmalión; una mujer dirige la empresa.
> Llegaron a estos lugares, donde ahora de enormes murallas
> nace el alcázar de una joven Cartago,
> y compraron el suelo, que por esto llamaron Birsa,
> cuanto pudieron rodear con una piel de toro.

Cuando la reina Dido (o Elisa de Tiro), semihistórica princesa fenicia, fundó la ciudad tunecina de Cartago, situada a orillas del mar Mediterráneo, «le fue concedida la superficie que se pudiera encerrar en una piel de toro». La reina tuvo la ingeniosa idea de recortar esta piel en tiras muy finas y cercar con ellas la ciudad de Cartago. ¿Cómo podía haber averiguado Dido la solución a este problema? Sin duda tenía que haberlo hecho experimentalmente, pues tuvieron que pasar muchos siglos más para que se pudiera obtener una demostración matemática de este resultado. Todos estos problemas de optimización supusieron, ya en pleno siglo XVII en Europa, el planteamiento de importantes problemas matemáticos en lo que más adelante se denominaría como «cálculo de variaciones». Entre ellos, resultarían fundamentales los trabajos de Pierre de Fermat en óptica geométrica (1662), el estudio formulado por Isaac Newton sobre el movimiento de cuerpos en fluidos, el problema de las líneas geodésicas y el famoso problema de la braquistócrona propuesto por Galileo Galilei (1638).

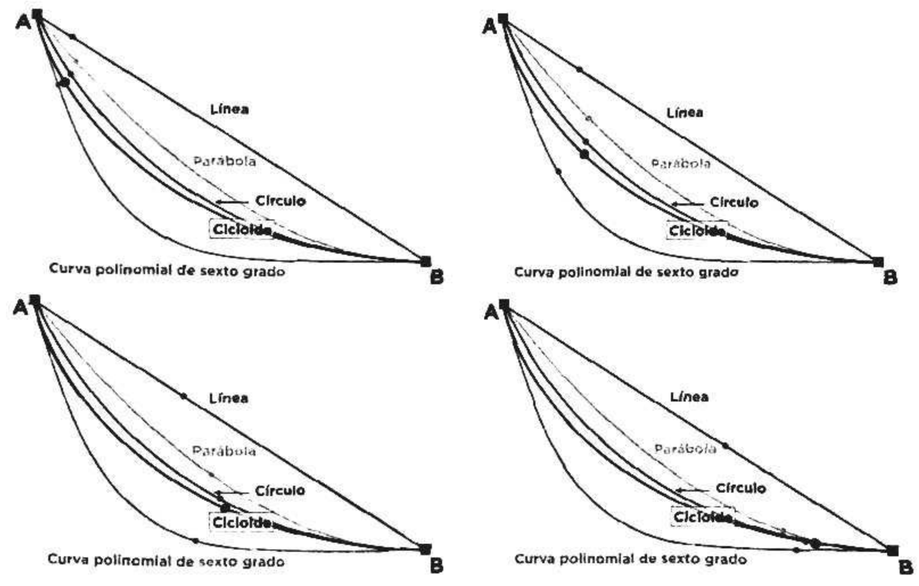
En agosto de 1755 el matemático suizo Leonhard Euler (1707-1783) recibió una carta del joven Lagrange, quien con tan solo diecinueve años se había interesado por los denominados problemas de mínimos y máximos y, en concreto, por los problemas isoperimétricos —como el problema de la reina Dido, es decir, el problema de determinar si en el conjunto de las curvas del plano que son cerradas y con un perímetro dado, hay alguna curva que

EL PROBLEMA DE LA BRAQUISTÓCRONA

Este problema dio lugar al cálculo de variaciones, en el que Boole desarrolló algunos de sus primeros trabajos. Conocidos dos puntos *A* y *B* situados en un mismo plano vertical a diferentes alturas y en los que la recta vertical que pasa por uno de ellos no contiene al otro, una partícula puntual de masa positiva se desliza, por la acción de la gravedad, desde *A* hasta *B* a través de alguna curva. ¿Qué forma tendrá la curva que une los puntos *A* y *B* de manera que el tiempo sea mínimo, suponiendo gravedad constante y que no haya fricción? Contrariamente a lo que pueda parecer más intuitivo, la solución del problema no es el segmento de línea recta que une *A* con *B*, ni tampoco ningún arco de circunferencia. La solución matemática que se obtiene es la siguiente:

$$\begin{cases} x = \dfrac{1}{2c^2}(1-\cos\theta) \\ y = \dfrac{1}{2c^2}(\theta-\operatorname{sen}\theta) \end{cases}$$

que corresponde a una cicloide, es decir, la curva plana dibujada por un punto en el borde de una moneda que rueda sin deslizarse a lo largo de una línea recta. En la siguiente figura puede verse la forma que tienen varias cicloides cuando movemos los puntos A y B, y una comparación entre ellas y varias curvas sencillas, mostrando que el arco de cicloide mantiene cierta similitud con el arco de circunferencia en todos los casos, pero es una curva diferente.



maximice el área de la región contenida—, describiendo lo que él denominaría como «variaciones». El método descrito por Lagrange permitía aplicar algoritmos semejantes a los del cálculo diferencial a problemas aún más generales. El nuevo enfoque de Lagrange entusiasmó a Euler, quien interrumpió sus propias investigaciones para permitir a Lagrange publicar sus resultados, lo que finalmente ocurrió en 1762. Tras esta fecha, Euler publicó una serie de trabajos en los que perfeccionaba y detallaba mediante ejemplos la noción de variaciones que había forjado Lagrange. Su obra de 1744 titulada *Método para hallar líneas curvadas que gozan de propiedades de máximo o mínimo o La resolución de un problema isoperimétrico tomado en su sentido más amplio* es considerada como la primera en la historia de las matemáticas dedicada al cálculo de variaciones. Dicha obra supuso un punto de inflexión importante, pues aunque hasta entonces muchos problemas habían sido resueltos con éxito, todavía no existían métodos generales para abordarlos.

Euler ejemplificó su método con un gran número de problemas, como, por ejemplo, el de encontrar las líneas curvas que verifiquen que cierta magnitud, como su longitud, alcanza un valor mínimo o máximo. Sin embargo, Lagrange consideró que las técnicas de Euler para el cálculo de variaciones eran demasiado complicadas y propuso reemplazar las cuestiones geométrico-analíticas de este último por una técnica meramente analítica y una notación más apropiada. Este método de variaciones se aplicó sobre todo en la física y, particularmente, en la mecánica, al grado de que llegó a ser considerado como una rama matemática independiente, dotada de técnicas propias de investigación. De hecho, los métodos para determinar máximos y mínimos bajo determinadas situaciones han llevado al descubrimiento de ciertas leyes de la física a las que se denomina «principios variacionales de la física», como la ley de la cantidad del movimiento, el principio en óptica de Pierre de Fermat, el principio de la acción mínima, la ley de la conservación del impulso y la ley de la conservación de la energía, entre otros.

En 1839, cuando Boole viajó a Cambridge para visitar por vez primera a Gregory, este le puso al corriente del método de separación de símbolos utilizado por Lagrange. Dicho método consistía en considerar un problema físico o matemático como los que aborda el cálculo de variaciones, traducirlo en símbolos adecuados, manipular estos sin tener en cuenta su significado de acuerdo a ciertas leyes matemáticas hasta obtener todos los resultados posibles y, finalmente, tratar de interpretar los resultados obtenidos. Desde sus primeros trabajos, Boole se había sentido fuertemente influenciado por la lectura de las aportaciones de Lagrange, y a partir de ese momento las utilizó sistemáticamente en sus propias investigaciones, en especial para el desarrollo de su álgebra de la lógica. De hecho, fruto de las notas que iba tomando mientras estudiaba la *Mecánica analítica* de Lagrange, emergió su primer trabajo matemático titulado *Sobre ciertos teoremas en el cálculo de variaciones*.

«No es de la esencia de las matemáticas estar al corriente de las ideas de número y cantidad.»

— GEORGE BOOLE, EN *UNA INVESTIGACIÓN DE LAS LEYES DEL PENSAMIENTO*.

Tras discutir con Gregory sus ideas más importantes sobre el cálculo de variaciones, en 1840 Boole le remitió dos trabajos para una posible publicación en el *Cambridge Mathematical Journal*. En ellos, Boole sugería que se prestara más atención a las reglas matemáticas para manipular los símbolos que a la intuición. Sin embargo, Gregory no los aceptó inmediatamente para su publicación. Boole era todavía muy inexperto en la redacción de escritos matemáticos y Gregory le remitió numerosas sugerencias y comentarios para mejorar el estilo del texto y eliminar sus puntos más oscuros. Las correcciones fueron debidamente llevadas a cabo por George Boole, y Gregory finalmente publicó sus trabajos en 1841. Boole contribuyó con veinticuatro artículos matemáticos en total a la revista *Cambridge Mathematical Journal*, en muchos de los cuales se destacaba la importancia de la manipulación de operadores simbólicos en varias áreas de las matemáticas, siguiendo el método de Lagrange.

LA TEORÍA DE INVARIANTES

Uno de los grandes descubrimientos que George Boole realizó durante el desarrollo de sus primeros trabajos matemáticos fue el de los llamados «invariantes algebraicos». Este concepto resulta de enorme importancia en la física moderna y, en especial, en la teoría de la relatividad. Si bien la idea surgió por primera vez en las investigaciones de Lagrange y Gauss, fue Boole quien se dio cuenta de su importancia al estudiar y extender el trabajo sobre *Mecánica analítica* de Lagrange. En concreto, partió de una observación extraordinariamente sencilla:

Dada la ecuación cuadrática con coeficientes a, b y c de la forma:

$$ax^2 + 2bx + c = 0,$$

la fórmula que permite calcular sus dos soluciones es la que se muestra a continuación:

$$x = \frac{-2b \pm \sqrt{4b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2b \pm 2\sqrt{b^2 - ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a}.$$

Para que las dos soluciones coincidan, la condición necesaria y suficiente que se ha de cumplir es que la expresión que proporciona su discriminante sea cero:

$$b^2 - ac = 0.$$

Considérese ahora la siguiente expresión que define una transformación de la variable x para obtener una nueva variable y:

$$y = \frac{px + q}{rx + s}$$

Si se despeja la variable x en función de la variable y, se obtiene:

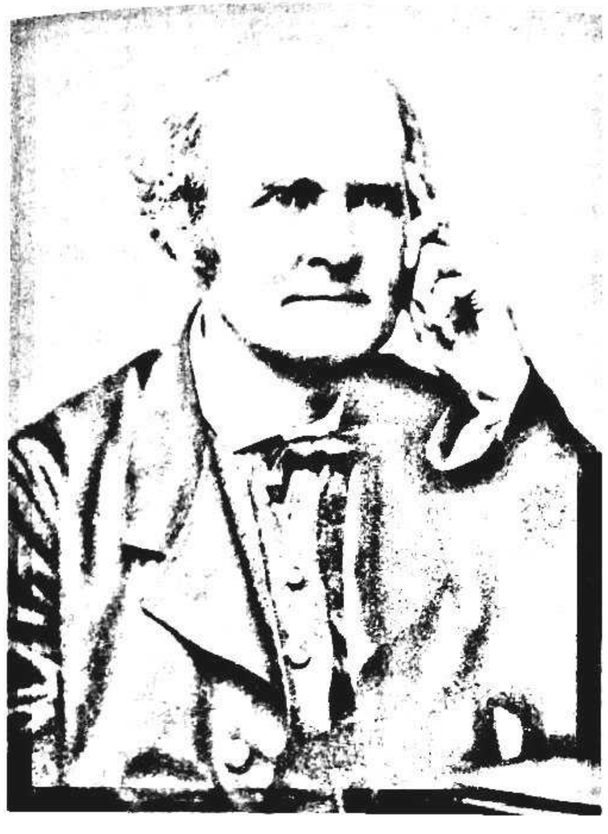


FOTO SUPERIOR IZQUIERDA:
Arthur Cayley, matemático con el que Boole mantuvo una relación epistolar en 1844.

FOTO SUPERIOR DERECHA:
Retrato a lápiz de George Boole, realizado en 1847.

FOTO INFERIOR:
Dido, fundadora y primera reina de Cartago, mandó cortar la piel de un toro en tiras muy finas para encerrar con ellas el mayor dominio de tierras posible. De este modo, dio lugar a uno de los primeros problemas del cálculo de variaciones.

$$x = \frac{q - sy}{ry - p}.$$

Sustituyendo la expresión obtenida para x en la ecuación cuadrática de partida, se consigue:

$$a\left(\frac{q - sy}{ry - p}\right)^2 + 2b\left(\frac{q - sy}{ry - p}\right) + c = 0.$$

Desarrollando esta expresión en función de la variable y, se llega de nuevo a obtener una ecuación cuadrática:

$$Ay^2 + 2By + C = 0$$

donde los coeficientes nuevos A, B y C se definen en términos de los coeficientes originales a, b y c:

$$A = as^2 - 2bsr + cr^2$$
$$B = bqr + bsq - aqs - cpr$$
$$C = aq^2 - 2bpq + cp^2.$$

Para esta nueva ecuación cuadrática, su discriminante será:

$$B^2 - AC = (ps - qr)^2\left(b^2 - ac\right),$$

con lo cual, el discriminante de la ecuación cuadrática obtenida coincide con el discriminante que tenía la ecuación inicial multiplicado por la cantidad $(ps - qr)^2$, el cual depende solamente de los coeficientes p, q, r y s de la transformación

$$y = \frac{px + q}{rx + s},$$

mediante la que la variable y queda expresada en función de x. Así, si la ecuación inicial posee dos soluciones iguales, es decir, se cumple la condición $b^2 - ac = 0$, también se ha de cumplir que $B^2 - AC = 0$, por lo que la ecuación transformada también tendrá

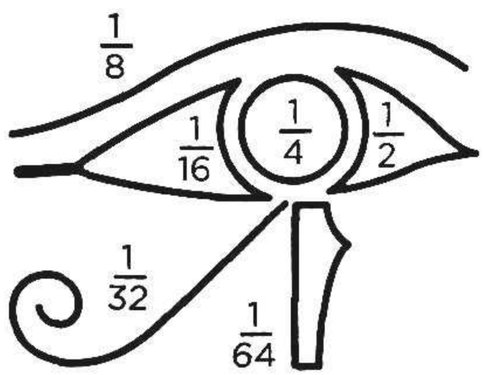
JAMES SYLVESTER, UN MATEMÁTICO ENTRE EL ÁLGEBRA Y LA POESÍA

Formado en la Universidad de Cambridge, James Joseph Sylvester (1814-1897) fue un genio de la investigación matemática cuyos trabajos junto a Arthur Cayley (1821-1895) posibilitaron el desarrollo de la teoría de invariantes algebraicos a partir de los trabajos pioneros de George Boole. Era tan despistado que una vez llegó a objetar la utilización de un teorema a un colega suyo insistiendo que no se había demostrado nunca, cuando él mismo había sido su descubridor e incluso lo había publicado en una revista. A pesar de no poder graduarse ni ampliar sus estudios por el hecho de ser judío, trabajó como abogado y ejerció como profesor en la Universidad de Londres y en las universidades estadounidenses de Virginia y Baltimore. Tras regresar a Gran Bretaña, ocupó la Cátedra Saviliana de Geometría en la Universidad de Oxford, donde llegó a impartir clases particulares a Florence Nightingale (1820-1910), conocida por promover la mejora de la atención médica y los derechos de los enfermos. Pero sin duda una de sus facetas más curiosas fue su dedicación a la poesía. Llegó a publicar varios trabajos, como el poema *Rosalinda*, el cual constaba de más de cuatrocientos versos que rimaban con este nombre. En 1870 escribió un libro titulado *Las leyes del verso*, en el que afirmaba que «las matemáticas son la música de la razón».

La sucesión de Sylvester

En teoría de números, se denomina «sucesión de Sylvester» a una sucesión de números enteros que verifica que cada término es igual al producto de todos los anteriores más uno: 2, 3, 7, 43, 1807, ... La suma de los inversos forma una serie de fracciones con numerador 1 que converge a 1:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{43} + \frac{1}{1807} + \ldots = 1$$



Los valores extraídos de esta sucesión se utilizan para construir las denominadas «fracciones egipcias del ojo de Horus», definidas como sumas de fracciones unitarias cuyos denominadores son enteros positivos distintos. Según la leyenda egipcia, cada una de estas fracciones representaría una de las partes en las que fue dividido el ojo de Horus durante su enfrentamiento con el dios Seth.

dos soluciones idénticas. En este sentido, la propiedad de la ecuación cuadrática de poseer dos soluciones iguales se mantiene invariante bajo la aplicación de la transformación lineal.

George Boole fue, en 1841, el primero en darse cuenta de que algo importante se escondía bajo esta particularidad matemática, aparentemente, insignificante. Toda ecuación algebraica posee un discriminante, una expresión algebraica como es $b^2 - ac$ en el caso particular de una ecuación cuadrática, que será igual a cero si dos o más soluciones de la ecuación coinciden (y solamente en este caso). Esto hizo que Boole se preguntara si esta propiedad que cumple el discriminante de la ecuación cuadrática cuando su variable x es sustituida por su transformada permanecería realmente invariante para cualquier otra ecuación algebraica, quedando del mismo modo su discriminante igual salvo por un factor multiplicativo que dependiera exclusivamente de los coeficientes que definen la transformación lineal realizada entre las variables de la versión homogeneizada de la ecuación. Y, en efecto, demostró que esto era así en un artículo titulado «Exposición de una teoría general de transformaciones lineales», publicado en la revista *Cambridge Mathematical Journal* en noviembre de 1841. Este trabajo dio lugar a toda una nueva disciplina de las matemáticas, conocida hoy en día como «teoría algebraica de invariantes».

Curiosamente, ni Lagrange ni Gauss, quienes también habían reparado en este resultado tan sencillo, fueron conscientes de que iba a ser el germen de una extensa teoría que resultaría fundamental en los trabajos matemáticos de David Hilbert (1862-1943) y Albert Einstein (1879-1955). En particular, sin la teoría matemática de invariantes la formulación de la teoría de la relatividad habría resultado imposible.

La importancia de este descubrimiento matemático hizo que fuera posteriormente desarrollada a gran escala por dos grandes matemáticos británicos, James Sylvester (1814-1897) y Arthur Cayley (1821-1895), quienes se convirtieron en los verdaderos fundadores de la teoría de invariantes. George Boole y Arthur Cayley mantuvieron una viva y amistosa correspondencia a lo largo de 1844. En ella, Cayley expresó su admiración por las ideas de Boole, e incluso le visitó en Lincoln para persuadirle de que continuara investigando en la teoría de invariantes, consciente de que podía seguir realizando importantes aportaciones a esta rama de las matemáticas. Sin embargo, el interés de George Boole por esta cuestión se fue disipando poco a poco, a medida que su atención se centraba en otras cuestiones de las matemáticas.

CAPÍTULO 2

El álgebra de la lógica

George Boole tenía treinta y dos años cuando publicó su primer libro sobre la lógica como una rama particular de las matemáticas. Mediante ecuaciones algebraicas consiguió representar y demostrar razonamientos lógicos y desarrolló un nuevo cálculo que no trabajaba sobre números, sino sobre clases de objetos, al que se conoce como el «álgebra de la lógica».

A pesar del reconocimiento que George Boole había logrado ante la comunidad matemática británica tras recibir la Royal Medal de la prestigiosa Royal Society de Londres a la mejor publicación realizada entre 1841 y 1844, su humilde extracción social y la escasa formación a la que había tenido acceso durante su juventud le impedían acceder a un puesto en una universidad británica. Esto hizo que continuara mostrándose esquivo ante otros grandes matemáticos de la época, al sentir que su trabajo era de inferior calidad al de estos. De hecho, ya en 1845 y casi rozando la treintena, consideró seriamente la idea de iniciar estudios en la Universidad de Cambridge, cosa que al final no hizo porque eso hubiera exigido dejar de ayudar económicamente a sus padres.

Cabe señalar que 1846 fue un año de importantes cambios en la vida de George Boole, y un punto de inflexión en su labor investigadora como matemático. Si bien hasta ese momento su prioridad había sido el sostenimiento de su familia, ahora empezaba a sentir con mayor fuerza la necesidad de establecer un compromiso más fuerte con su trabajo de investigación en matemáticas. Por ello, al darse cuenta de que no podría ayudar económicamente a sus padres si se matriculaba en una universidad, empezó a plantearse la posibilidad de obtener una plaza de profesor universitario, bien de Matemáticas o de Filosofía Natural, aunque no fuera en Gran Bretaña.

Casualmente, fue el conflicto político y religioso entre Irlanda e Inglaterra el que finalmente le abrió una puerta. En aquella época eran numerosas las quejas de Irlanda ante el gobierno británico por el adoctrinamiento protestante de su principal centro universitario, el Trinity College de Dublín. Para resolver este problema, las autoridades británicas permitieron fundar tres universidades nuevas en Irlanda, denominadas «Queen's Colleges», en las ciudades de Belfast, Galway y Cork. Pese a las múltiples y airadas quejas que recibió este proyecto —en particular, por la creencia de que estas instituciones eran de un marcado carácter católico—, finalmente se puso en marcha con unas instituciones de carácter no confesional. Boole aprovechó esta situación para solicitar un puesto en alguna de ellas.

UN CAMINO NO CARENTE DE OBSTÁCULOS

El 17 de agosto de 1846, Boole envió desde Lincoln una carta a William Thomson, editor del *Cambridge Mathematical Journal*, en el que había publicado sus primeros trabajos, explicándole las razones que le habían llevado a solicitar un puesto de profesor en estas universidades:

> Tengo treinta años y estoy soltero. He impartido clases particulares durante más de quince años, primero como ayudante de maestro y luego dirigiendo una escuela privada. En líneas generales, me he dedicado más a la enseñanza de las letras clásicas que a la de las matemáticas, pero tengo experiencia impartiendo cursos de ciencias en mi escuela, y hasta he tenido ocasión de dar clases a estudiantes que venían de la Universidad de Cambridge. Tengo buenos conocimientos de matemáticas elementales y también de matemáticas aplicadas y superiores. Mis conocimientos en filosofía natural son más teóricos que prácticos, y los he adquirido en su mayor parte a través del estudio de las matemáticas. Puedo leer artículos científicos en francés, alemán e italiano. No pertenezco a ninguna universidad y nunca he estudiado en ninguna facultad.

Hoy en día resultaría impensable, tras leer la última frase de su carta, que alguien como George Boole pudiera tener alguna posibilidad de aspirar a un puesto de profesor de Matemáticas en un centro universitario. A pesar de ello, Boole recibió una carta de respuesta de Thomson en la que se le indicaba que escribiera directamente a la secretaría del Castillo de Dublín, sede del gobierno británico en Irlanda, adjuntando su currículum y un resumen detallado de los logros más significativos alcanzados hasta ese momento en su carrera. Junto a esta documentación, la principal baza de Boole fue la de incluir una impresionante colección de cartas de recomendación, todas ellas firmadas por los principales matemáticos británicos del momento, y también algunas cartas de referencia de los ciudadanos y autoridades más destacados de Lincoln.

El 8 de octubre de 1846, Boole envió a Dublín un libro de veinte páginas con toda esta documentación más una lista con las quince publicaciones matemáticas que había realizado. Con todo ello, resultaba difícil pensar que cualquier otro candidato pudiera realmente competir con Boole, a pesar de no contar con formación académica universitaria. Entre la impresionante colección de cartas de recomendación, la del matemático y lógico británico Augustus De Morgan (1806-1871) fue la más decisiva en el proceso de selección, así como la de Charles Graves (1812-1899), antecesor del famoso novelista y poeta Robert Graves. Charles Graves era profesor de Matemáticas en el Trinity College de Dublín, buen conocedor de Irlanda y de su sistema educativo, y se encontraba además en una situación privilegiada para recomendar a George Boole.

Una vez terminados los trámites formales en otoño de 1846, Boole solo debía esperar a que se le adjudicase una de las plazas de profesor en un Queen's College irlandés. Sin embargo, Irlanda atravesaba uno de los peores momentos de hambrunas y epidemias de su historia debido a la peste de la patata, un hongo que exterminaba la cosecha del tubérculo gracias al cual subsistían las clases sociales más desfavorecidas. A causa de ello, muchas personas fallecieron y las que a duras penas lograron sobrevivir tuvieron que hacer frente a epidemias de tifus, cólera, disentería y fiebres recidivas, a las que se añadía la situación de extrema debilidad a

causa del hambre. Para empeorar las cosas, en lugar de investigar el hongo causante de la catástrofe, el gobierno británico se limitó a culpar a los irlandeses por su indolencia, y permitió seguir con la exportación de alimentos desde Irlanda a Inglaterra mientras miles de sus habitantes morían a causa del hambre y las enfermedades. Se estima que entre 1845 y 1852 más de un millón de irlandeses —de los ocho millones que había censados— murieron, y otro millón y medio decidió emigrar.

Al margen de esta delicada situación, la propuesta para la fundación de los nuevos Queen's Colleges —o «colegios ateos», como se les llamaba por su carácter no confesional— se vio ralentizada por la situación religiosa y las continuas controversias en relación a su financiación. Como consecuencia de ello, Boole se sentía en aquellos años muy frustrado ante la lentitud con la que las autoridades de Dublín actuaban en la resolución de adjudicación de las nuevas plazas de profesorado universitario.

«Toda ciencia que ha prosperado lo ha hecho sobre sus propios símbolos: la lógica es la única que ha crecido sin símbolos.»

— **Augustus De Morgan, en *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 1864.**

En una nueva carta a Thomson de 22 de diciembre de 1846, Boole escribió: «Aún no he recibido noticias desde Irlanda. La lamentable situación en la que se encuentra el país, tanto física como moralmente, supongo que es suficiente para desgastar todas las energías de cualquier gobierno. ¿Qué es lo que finalmente sucederá? Solo Dios lo sabe».

Durante 1847 y gran parte de 1848, Boole esperó noticias de las autoridades de Dublín, pero no obtuvo respuesta. El 2 de octubre de 1848 decidió escribir directamente al lord teniente de Irlanda, como representante del rey británico y jefe del gobierno ejecutivo irlandés, manifestando su intención de no formar parte del proceso de selección, ya que le paralizaba e impedía cualquier plan de futuro en su vida:

LAS LEYES LÓGICAS DE AUGUSTUS DE MORGAN

Aunque nació en la India en 1806, la familia de Augustus De Morgan se trasladó a Inglaterra cuando este apenas tenía siete meses, y cuando tan solo habían pasado cinco desde que se quedó ciego de un ojo, lo que le causó cierto complejo durante toda su vida. A pesar de ello, De Morgan se convirtió junto a George Boole en uno de los matemáticos británicos que más contribuyeron al avance de la lógica en el siglo XIX. Como estudiante en el Trinity College de Cambridge fue alumno de George Peacock (1791-1858), conocido como «El Euclides del álgebra», quien le transmitió su interés por la renovación de esta rama de las matemáticas, y de William Whewell (1794-1866), de quien deriva su dedicación a la formalización matemática de la lógica. A los veintidós años fue designado profesor de Matemáticas en la Universidad de Londres, en la que realizó importantes aportaciones en el álgebra y la lógica. Escribió libros sobre temas muy diversos y realizó numerosas contribuciones, como la de establecer un concepto riguroso del procedimiento de inducción matemática. También estuvo interesado en el famoso «problema de los cuatro colores», en el que se conjeturaba que bastaba con utilizar solo cuatro colores para poder colorear un mapa geopolítico plano en el que dos países vecinos nunca tuvieran el mismo color. Ahora bien, sin duda, su obra más importante fue *Lógica formal* (1847), en la que introdujo el concepto de cuantificación de predicados y las conectivas proposicionales $(\neg, \wedge, \vee, \Leftrightarrow)$. Una de sus mayores contribuciones, por la que es conocido hoy en día, es por la introducción de las leyes lógicas que llevan su nombre, las conocidas como «leyes de De Morgan», que sirvieron de inspiración al álgebra de la lógica de George Boole:

— La negación $(\neg)$ de la conectiva conjunción $(\wedge)$ de dos proposiciones A y B es equivalente $(\Leftrightarrow)$ a la conectiva disyunción $(\vee)$ de sus negaciones:

$$\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B.$$

— La negación $(\neg)$ de la conectiva disyunción $(\vee)$ de dos proposiciones A y B es equivalente $(\Leftrightarrow)$ a la conectiva conjunción $(\wedge)$ de sus negaciones:

$$\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B.$$

Augustus De Morgan fue también tutor de Ada Lovelace (1815-1852) —hija del poeta romántico Lord Byron y de la educadora Anna Isabella Noel Byron— a quien se considera hoy en día como una de las primeras programadoras por su diseño de un algoritmo para el cálculo de números de Bernoulli, capaz de funcionar en la máquina analítica del padre de las computadoras Charles Babbage (1791-1871).

> Lincoln, 2 de octubre de 1848: Muy señor mío, he participado en el año 1846 en uno de los concursos para obtener una plaza de profesor de Matemáticas o de Filosofía Natural en uno de los Queen's Colleges de Irlanda. Sin embargo, todavía no tengo ninguna noticia del resultado de este concurso. Mis actuales circunstancias personales y las de otras personas a mi cargo son ahora tales que me vería en la necesidad de llegar a tomar compromisos y decisiones que podrían suponer una dificultad a la hora de aceptar una plaza en cualquiera de los *colleges* de Su Majestad, en el supuesto de que se me llegara a adjudicar una de estas plazas. En el caso de que mi petición de concursar en la obtención de dicha plaza no pudiera ser garantizada, me gustaría pedir que se retirara mi nombre por completo de la lista de candidatos.

Afortunadamente, George Boole fue persuadido por sus amigos, en particular por Charles Graves y Augustus De Morgan para que siguiera esperando y enviara una nueva carta resumiendo los puntos fuertes de su candidatura. Así, a finales de 1848, Boole se quejaba a De Morgan de la falta de conocimiento en la resolución de la plaza. La esposa de este, Sophia Elizabeth De Morgan, lo expresaba así en el libro *Memorias de Augustus De Morgan*:

> Hasta tal punto estaba desesperado y temía que la falta de respuesta era debida a su nula formación académica, que Boole comenzó a replantearse la posibilidad de iniciar estudios universitarios o, en su defecto, realizar estancias en universidades a fin de familiarizarse con su sistema educativo.

George Boole pidió a William Thomson realizar una breve estancia en la Universidad de Glasgow para experimentar y conocer más en profundidad la forma en la que se trabajaba en sus clases y estudiar así su sistema universitario. Para complicar aún más su situación personal, el 12 de diciembre de 1848 falleció su padre, John Boole, después de una larga enfermedad, hecho que alteró radicalmente las circunstancias de la familia, que le convencieron con mayor fuerza de la necesidad de obtener la plaza de profesor universitario en Irlanda. Boole sentía que debía hacer algo para garantizar el cuidado y sostenimiento de su madre viuda durante los años de vejez. Por ello volvió a enviar su petición de plaza de profesor al secretario jefe del Castillo de Dublín. Como novedad, en esta nueva carta manifestaba su preferencia por los Queen's College de Belfast o de Cork en vez del de Galway, seguramente por su facilidad de acceso por mar, y ya no hacía ninguna mención a su preferencia por la enseñanza de las matemáticas en lugar de los clásicos ni por la posibilidad de querer optar a una plaza de profesor de Filosofía Natural, tal y como hizo dos años atrás.

UN ANHELO CUMPLIDO

En agosto de 1849, la comisión de selección anunció por fin la decisión de conceder a George Boole la primera plaza de profesor de Matemáticas del recién creado Queen's College de Cork e informó además que dicha universidad abriría sus puertas en noviembre del año que corría. Según los registros de la época, todo el pueblo de Lincoln compartió la alegría con Boole mediante la celebración de un encuentro y una cena pública. Entre los muchos regalos que el matemático recibió, había un hermoso tintero de plata y una colección de libros de gran valor, que incluían el *Atlas de geografía física* de Alexander Keith Johnston y diversas obras de filosofía. El acto fue organizado por los miembros del Instituto de Mecánica de Lincoln y algunos de los ciudadanos que dedicaron palabras de agradecimiento a Boole en aquella cena llegaron a compararlo con el propio Newton.

Como el fallecimiento de su padre era reciente, la única preocupación de George Boole era asegurar el mantenimiento de su madre, de edad avanzada. Al no poder llevarla consigo a Cork, ya que tenía que cruzar el mar de Irlanda, intentó ofrecerle el mayor bienestar y confort posibles para vivir el resto de sus días en Lincoln. Con ello, quedaba finalmente liberado de la carga de sostener a su familia y pudo empezar a pensar en tener su propia vida. De este modo, a finales de octubre de 1849, pocos días antes de celebrar su trigésimo cuarto cumpleaños, Boole partió para comenzar una nueva vida en Cork, no sin antes escribir a De Morgan en señal de agradecimiento.

EL ÁLGEBRA DE LA LÓGICA DE GEORGE BOOLE

En el tiempo transcurrido desde 1846, cuando Boole solicitó una plaza de profesor de matemáticas en Cork, hasta 1849, cuando se le concedió, entregó a la imprenta para su publicación con el sello de una importante editorial de Cambridge un libro de apenas ochenta páginas titulado *Análisis matemático de la lógica, ensayo de un cálculo de razonamiento deductivo*. La idea esencial de este pequeño libro era demostrar que los razonamientos lógicos están sujetos a leyes matemáticas como las del álgebra y que, por tanto, pueden ser representados y analizados mediante ecuaciones matemáticas gracias a un nuevo cálculo que no opera sobre números, sino sobre clases de objetos.

«La ciencia de la lógica goza ahora de cierta inmunidad frente a los embates de la imperfección y el progreso a los que están sujetas las demás ciencias.»

— GEORGE BOOLE, EN *LAS LEYES DEL PENSAMIENTO*.

El filósofo griego Aristóteles (384-322 a.C.) había sido el primero en analizar y clasificar la validez de ciertas clases de razonamientos lógicos conocidos con el nombre de «silogismos». Uno de los ejemplos más famosos de silogismo, planteado por Guillermo de Ockham en 1349, es el siguiente:

Sócrates es hombre
Todos los hombres son mortales

Luego Sócrates es mortal.

Las dos primeras frases, escritas antes de la línea horizontal, se denominan «premisas», mientras que la tercera después de la línea horizontal se conoce como «conclusión», y se deduce de las dos premisas anteriores. La validez de este razonamiento no tiene

Grabado anónimo que retrata a George Boole, profesor de Matemáticas en el Queen's College de la localidad irlandesa de Cork.

nada que ver realmente con lo que en él se afirma sobre Sócrates, sino con su forma:

X es Y
Todos los Y son Z

Luego X es Z.

George Boole analizó este tipo de razonamientos lógicos y se dio cuenta de que lo más importante en ellos era la clase (o grupo) a la que pertenecían todos los individuos descritos por palabras como «mortales», «hombre» o «ratones», dando lugar, respectivamente, a la «clase de los mortales», la «clase de los hombres» o la «clase de los ratones». Para representar todas estas clases, Boole utilizó letras, igual que hubiese hecho en matemáticas para representar números. Así, podía utilizar la letra x para representar la «clase de los hombres», y la letra y para representar la «clase los mortales». Igual que con los números, pero ahora con clases, Boole trató de definir operaciones matemáticas entre ellas. Por ejemplo, si las letras x e y representaban dos clases particulares, como la «clase de los hombres» y la «clase de los mortales», Boole escribiría xy para designar a la «clase de individuos que están al mismo tiempo en x y en y», que en nuestro caso sería la «clase de todos los hombres que son mortales». De esta sencilla forma, Boole pensaba que esta nueva operación, aplicada ahora sobre clases y no sobre números, tendría sin embargo un comportamiento parecido al que tenía la operación clásica de multiplicación aplicada solamente sobre números. De este modo, se usaría la notación $x \,.\, y$ para representar la operación entre clases x e y, y poder diferenciarla así de la operación de multiplicación ordinaria que se aplica a los números.

Boole se dio cuenta enseguida de que, pese a su similitud, había una diferencia importante entre la multiplicación entre clases y entre números. Si x es la «clase de los hombres», la interpretación de $x \,.\, x$ debería ser la «clase de todos los hombres que además son hombres», es decir, de nuevo la «clase x de todos los hombres». De esta forma, se tenía que cumplir en el sistema algebraico de Boole la siguiente igualdad o axioma de «idempotencia»:

$$x \,.\, x = x$$

y no $x \cdot x = x^2$, como sería lo habitual en matemáticas. Esto hizo que Boole se planteara para qué valores sería cierta la ecuación $x \,.\, x = x$ si la interpretáramos en el álgebra ordinaria como $x \cdot x = x$, es decir, $x^2 = x$, en la que x representase un número y no una clase de individuos:

$x \cdot x = x$ ⇒
$x \cdot x - x = 0$ ⇒ sacando factor común
$x \cdot (x - 1) = 0$ ⇒
$x = 0$, o bien $x = 1$.

Así pues, la ecuación $x \cdot x = x$ se hace verdadera solamente cuando x es igual a 0, o bien cuando es igual a 1. Esto condujo a Boole a la conclusión de que la nueva álgebra para la lógica de clases sería aquella en la que se traduciría el álgebra usual si nos restringiéramos únicamente a los valores 0 y 1. Pero ¿cuál sería el significado que tendrían los valores 0 y 1 interpretados como clases de individuos y no como números? Para responder a esta pregunta, Boole siguió estudiando el comportamiento del 0 y del 1 en el álgebra ordinaria, a través de la multiplicación entre números: $0 \cdot x = 0$, es decir, 0 veces cualquier número x es precisamente 0. Con lo cual, interpretando este mismo resultado, pero ahora sobre clases, también habría de cumplirse que:

$$0 \,.\, x = 0.$$

Es decir, para las clases, la clase $0 \,.\, x$ resultaría ser idéntica a la clase 0 para cualquier clase x, por lo que se puede interpretar la clase 0 como una clase especial a la que no pertenece ningún individuo. En la terminología actual, se entendería la clase 0 como el «conjunto vacío». Análogamente, para la multiplicación ordinaria se sabe que se cumple $1 \cdot x = x$, por lo que también se cumplirá un resultado análogo para cualquier clase x:

$$1 \,.\, x = x.$$

Es decir, $1.x$ será idéntico a la clase x para toda clase x siempre que la clase 1 contenga a cualquier individuo que podamos considerar o, como diríamos usando una terminología actual, siempre que 1 sea el «universo de discurso» o «conjunto universal». De esta forma, la interpretación de los símbolos 1 y 0 como clases condujo a Boole a interpretar «lo verdadero» y «lo falso» como los números 1 y 0, del mismo modo en que en la antigua China se habían interpretado el *yang* y el *yin* como las líneas entera y partida que aparecen en los hexagramas del texto clásico *I Ching* (1200 a.C.), o en la actualidad como la base del código binario que utilizan los circuitos electrónicos de los ordenadores.

«Las interpretaciones respectivas de los símbolos 0 y 1 en el sistema de la lógica son Nada y Universo.»

— GEORGE BOOLE, EN *UNA INVESTIGACIÓN DE LAS LEYES DEL PENSAMIENTO.*

Ahora bien, el álgebra usual sobre números trata también de otras operaciones como la suma y la resta, además de la multiplicación. Por ello, el paso siguiente de Boole fue interpretar las operaciones clásicas + y – sobre números en su álgebra de clases. Procediendo de esta forma, confiaba en demostrar que su álgebra era exactamente a lo que se reduciría el álgebra usual pero con el axioma particular $x \,.\, x = x$ y la reinterpretación de las clases 1 y 0 como «verdadero» y «falso». Para Boole, si x e y representaban dos clases diferentes, $x + y$ representaba una clase que contenía simultáneamente a todos los individuos de x y de y. Es decir, lo que hoy en día se llamaría la «unión» de x y de y. Como ejemplo concreto, si consideramos que x es la «clase de los hombres» e y representa la «clase de las mujeres», se tiene que $x + y$ representaría a la «clase de todas las personas». Por otra parte, Boole interpretó la diferencia entre clases $x - y$ como la «clase formada por todos aquellos individuos que pertenecen a la clase x pero no pertenecen a la clase y». Así, si x representaba a la «clase de todos los hombres» e y representaba a la «clase de los adultos», se tiene que $x - y$ representaba a la clase formada por todos los niños que son varones. En particular, si consideramos $1 - x$ estaríamos representando la «clase de individuos que no pertenecen a la clase x», es decir, en la terminología actual, la clase complementaria a la clase x. Es fácil observar entonces que se cumple la siguiente igualdad:

$$x + (1 - x) = 1,$$

dando así a entender que la clase constituida por todos los individuos de la clase x y de su complementario —esto es, la clase de individuos que no pertenecen a la clase x— da como resultado la totalidad de los individuos, es decir, la clase 1. También resulta fácil observar que se cumple la siguiente igualdad entre clases:

$$x \,.\, (1 - x) = 0$$

pues no pueden existir individuos que pertenezcan simultáneamente a la clase x y a su clase complementaria $1 - x$, ya que eso significaría que no pertenecían a la clase x. Dicho en otras palabras: no puede haber nada que al mismo tiempo pertenezca y no pertenezca a una clase determinada x. Para George Boole, este era sin duda el resultado más alentador en su investigación y el que más le animaba a reafirmarse en que estaba trabajando en la dirección correcta. En sus propias palabras, y citando la *Metafísica* de Aristóteles, la ecuación $x \cdot (1 - x) = 0$ expresaba claramente y con total precisión matemática el principio de no contradicción que había definido Aristóteles como la base fundamental de la lógica y la filosofía:

> Es imposible que una misma cualidad pueda pertenecer y no pertenecer a una misma cosa [...]. Este es el más cierto de todos los principios [...] aquel al que remiten como razón última todos los que demuestran algo. Porque por naturaleza este es el origen de todos los demás axiomas.

LA LÓGICA ARISTOTÉLICA DE LOS SILOGISMOS

Cuando a Aristóteles, el famoso filósofo nacido en 384 a.C. en Estagira, le preguntaron en qué se diferenciaban los sabios de los ignorantes, este respondió: «En lo mismo que los vivos de los muertos». Ciertamente, Aristóteles hizo de su vida un camino hacia el conocimiento y la sabiduría. Pero dado que el conocimiento solo podía ser considerado como tal si lograba alcanzar la verdad, sabía que debía ser muy metódico y, quizá por esta razón, la lógica ocupó un lugar muy destacado en sus investigaciones. No en vano se le considera el fundador de esta disciplina y el primero en utilizarla como método para el análisis de los razonamientos. La lógica aristotélica se convirtió en la lógica de todo el pensamiento occidental hasta bien entrado el siglo XIX, cuando las investigaciones de George Boole y Augustus De Morgan la transformaron en una ciencia matemática. Para Aristóteles, una proposición refleja la relación entre dos clases de términos, un sujeto S y un predicado P. Un silogismo permite comparar estos dos términos con un término medio M, para obtener una conclusión. Se compone de tres proposiciones, dos antecedentes (o premisas) y un consecuente (o conclusión). Aristóteles dotó a los silogismos de figuras, según el papel que jugaba el término M en las premisas:

1ª figura	**2ª figura**	**3ª figura**	**4ª figura**
M es P	P es M	M es P	P es M
S es M	S es M	M es S	M es S
S es P	S es P	S es P	S es P

Los silogismos no solo representan figuras, sino también, en función del número y sentido de su conclusión y premisas, cuatro formas (o modos):

Universal afirmativo (A):	**Todos** los matemáticos son mortales.
Universal negativo (E):	**Ningún** perro es un gato.
Particular afirmativo (I):	**Algunos** filósofos son buenos pensadores.
Particular negativo (O):	**Algunos** coches **no** son voladores.

Cada proposición aristotélica puede adoptar las cuatro formas A, E, I, O, de tres en tres y cada una las cuatro figuras. Así, de su combinación resultan 256 posibilidades. De todas ellas, solo resultan válidos los 19 siguientes silogismos:

	MODOS VÁLIDOS	**NOMBRE NEMOTÉCNICO**
1ª FIGURA	AAA, EAE, AII, EIO	BARBARA, CELARENT, DARII, FERIO
2ª FIGURA	EAE, AEE, EIO, AOO	CESARE, CAMESTRES, FESTINO, BAROCO
3ª FIGURA	AAI, IAI, AII, EAO, OAO, EIO	DARAPTI, DISAMIS, DATISI, FELAPTON, BOCARDO, FERISON
4ª FIGURA	AAI, AEE, IAI, EAO, EIO	BAMALIP, CAMENES, DIMATIS, FESAPO, FRESISON

Además, si se desarrolla la ecuación $x \,.\, (1-x) = 0$, se obtiene la igualdad $x \cdot x = x$ en la que Boole había basado todo su sistema lógico:

$$\begin{aligned} &x.(1-x)=0 \quad \Rightarrow \\ &x.1-x.x=0 \quad \Rightarrow \\ &x-x.x=0 \quad \Rightarrow \\ &x.x=x. \end{aligned}$$

Con ello, Boole había demostrado el hecho de que el clásico principio de no contradicción, o en ocasiones llamado «principio de contradicción» —nada puede tener simultáneamente las propiedades p y no p— era equivalente al principio de idempotencia —la clase de todos los objetos con propiedad p y propiedad p es simplemente la clase p de todos los objetos con la propiedad p—. El propio Aristóteles había propuesto el principio de contradicción como el axioma fundamental de toda la lógica, y ahora Boole relegaba su papel al de otro axioma más. En palabras del propio Boole, «la ciencia de la lógica goza ahora de cierta inmunidad frente a aquellos embates de la imperfección y el progreso a los que están sujetas todas las demás ciencias».

LA LÓGICA BOOLEANA DE LOS SILOGISMOS

El paso siguiente de Boole fue representar cada premisa de un silogismo y su conclusión mediante una ecuación matemática. Por ejemplo, el silogismo de Guillermo de Ockham:

Sócrates es hombre
Todos los hombres son mortales

Luego Sócrates es mortal

podía ser representado formalmente de la siguiente manera matemática, donde x designa la «clase de los hombres», y representa la «clase que solo contiene a Sócrates» y z representa la clase de los seres mortales:

$$y \,.\, x = y$$
$$x \,.\, z = x$$

$$y \,.\, z = y.$$

Por ejemplo, decir que «todos los hombres son mortales» es decir que «todo lo que pertenece a la clase x de los hombres también pertenece a la clase z de los mortales», o, dicho de otra manera, «no hay nada que pueda pertenecer a la clase x y no a la clase z». Por tanto, se ha de cumplir la siguiente ecuación:

$$x \,.\, (1 - z) = 0$$

o bien, lo que es lo mismo, operando en el primer miembro de la ecuación:

$$x \,.\, 1 - x \,.\, z = 0,$$

es decir:

$$x - x \,.\, z = 0,$$

O equivalentemente:

$$x \,.\, z = x.$$

Igualmente, decir que «Sócrates es hombre» significa que «todo lo que pertenece a la clase y también pertenece a la clase x» o, dicho de otra forma, «no hay nada que pueda pertenecer a la clase y y no a la clase x», con lo cual :

$$y \,.\, 1 - x = 0 \quad \Rightarrow$$
$$y \,.\, 1 - y \,.\, x = 0 \quad \Rightarrow$$
$$y \cdot x = y.$$

Para demostrar ahora que el razonamiento lógico expresado por el silogismo anterior es realmente válido, lo único que Boole tenía que hacer era demostrar que, partiendo de las dos primeras ecuaciones que representan a las premisas $x \,.\, z = x$ e $y \,.\, x = y$ del razonamiento, era capaz de demostrar que también se cumplía la tercera ecuación $y \,.\, z = y$, la cual expresa la conclusión del silogismo. Para ello, empleaba un razonamiento matemático completamente análogo al que aplicaría si estuviésemos tratando con números en vez de con clases:

1. Multiplicando por la izquierda ambos miembros de la segunda ecuación $x \,.\, z = x$ por y:

$$x \,.\, z = x \Rightarrow y \,.\, (x \,.\, z) = y \,.\, x.$$

2. Aplicando la ley de transitividad para la multiplicación entre clases (análoga a la de multiplicación entre números) al primer miembro de la ecuación:

$$y \,.\, (x \,.\, z) = y \,.\, x \Rightarrow (y \,.\, x) \,.\, z = y \,.\, x.$$

3. Aplicando ahora la primera ecuación $y \,.\, x = z$, se sustituye finalmente $y \,.\, x$ por y:

$$(y \,.\, x) \,.\, z = y \,.\, x \Rightarrow y \,.\, z = y.$$

Con ello queda demostrado que se cumple la tercera ecuación $y \,.\, z = y$ a partir de las ecuaciones $x \,.\, z = x$ e $y \,.\, x = y$. Es decir, queda demostrada matemáticamente la conclusión «Sócrates es mortal» que se pretendía deducir en el silogismo a partir de las premisas «Sócrates es hombre» y «Todos los hombres son mortales».

Utilizando esta idea tan simple, Boole consiguió demostrar mediante métodos algebraicos la validez de todos los silogismos que Aristóteles había recopilado en su obra *Organon*.

Resumimos, a continuación, las principales leyes del álgebra de Boole:

SUMA	PRODUCTO
$x + (1 - x) = 1$	$x \,.\, (1 - x) = 0$
$0 + x = x$	$0 \,.\, x = 0$
$1 + x = 1$	$1 \,.\, x = x$
$x + x = x$	$x \,.\, x = x$
$x + y = y + x$	$x \,.\, y = y \,.\, x$
$x + (y + z) = (x + y) + z$	$x \,.\, (y \,.\, z) = (x \,.\, y) \,.\, z$
$x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z)$	$x \,.\, (y + z) = x \,.\, y + x \,.\, z$

Cuando Boole publicó su libro con todas estas ideas en 1847, tuvo conocimiento de la obra del matemático irlandés William Rowan Hamilton (1805-1865) sobre los «cuaterniones», números similares a los complejos, pero en cuatro dimensiones, para los que no se satisface la ley de conmutatividad de la multiplicación. Quizá por ello el propio Boole se encontraba mentalmente preparado para poder introducir con naturalidad en su sistema algebraico leyes como $x \,.\, x = x$, en la cual los operadores matemáticos satisfacían leyes tan poco familiares como $x^2 = x$, ya que lo usual era que la potencia x^2 no coincidiera con x.

EL JUEGO DE LA LÓGICA DE LEWIS CARROLL

Ilustración de *Alicia en el país de las maravillas*, obra del dibujante británico John Tenniel.

Charles Lutwidge Dogson, más conocido como Lewis Carroll (1832-1898), ha pasado a la posteridad por ser el autor de *Alicia en el país de las maravillas* (1865) y por su continuación *A través del espejo* (1872). Pero pocos saben que, además de un reconocido escritor, también fue un matemático contemporáneo de George Boole que escribió varios libros de matemáticas y de lógica. Carroll nació el 27 de noviembre de 1832 en un pueblo rural inglés en una familia de once hermanos, por lo cual su padre no podía costearle el pago de una escuela. Aun así, llegó a ser profesor de Matemáticas de la Universidad de Oxford y, tras optar por el celibato, fue ordenado diácono de la Iglesia de Inglaterra. Sus intereses en matemáticas se centraron en la geometría y el álgebra, pero también en la lógica y los juegos de ingenio y, en particular, en los silogismos recreativos y las paradojas lógicas. Durante las últimas décadas del siglo XIX, Lewis Carroll realizó uno de los trabajos más relevantes sobre lógica bajo el título *Lógica simbólica*. Es aquí donde podemos encontrar las pistas del mecanismo lógico que sirvió de base a *Alicia en el país de las maravillas* y *A través del espejo*. No en vano Lewis Carroll era un gran fan de la obra de George Boole y sus libros sobre Alicia estaban elaborados teniendo en cuenta la lógica de este matemático. Sirva de ejemplo el fragmento de diálogo entre Alicia y el Caballero Blanco extraído de *A través del espejo*:

> —Permítame —dijo el Caballero con tono de ansiedad— que le cante una canción.
>
> —¿Es muy larga? —preguntó Alicia, que había tenido un día poéticamente muy cargado.
>
> —Es larga —dijo el Caballero— pero es muy, muy hermosa... A todo el que me la oye cantar, *o se le llenan los ojos de lágrimas*...
>
> —*¿O qué?* —preguntó Alicia, al ver que el Caballero se había quedado a media frase.
>
> —*O no se le llenan.*

Se trata de un ejemplo concreto en el que se aplica el famoso principio de la lógica clásica denominado «principio del tercero excluido» propuesto y formalizado por Aristóteles, según el cual todo tiene que ser o no ser, excluyendo así la posibilidad de una tercera opción.

UNA DEMOSTRACIÓN MATEMÁTICA DE LA EXISTENCIA DE DIOS

George Boole había conseguido refundar en la lógica matemática la antigua ciencia de la lógica clásica como una nueva rama en la que era posible analizar los razonamientos lógicos. Con ello había conseguido también enriquecer los tan bien estudiados silogismos de Aristóteles mediante nuevos y más potentes patrones. Precisamente para mostrar el alcance de sus métodos y técnicas, Boole trató de aplicar el álgebra de la lógica a cualquier asunto filosófico, e incluso teológico, que se considerase importante en aquella época, y uno de los más interesantes era el que tenía que ver con la existencia y los atributos de Dios, problema que ya había tratado Santo Tomás de Aquino en el siglo XIII y cuyas argumentaciones a favor y en contra resurgieron de nuevo en pleno siglo XVII de mano de los filósofos Samuel Clarke (1675-1729) y Baruch Spinoza (1632-1677).

Boole realizó una demostración a partir de las argumentaciones de Samuel Clarke. Su razonamiento partía de las siguientes cinco premisas que, para el presente texto, fueron extraídas y adaptadas del libro *La computadora universal*, del matemático Martin Davis (n. 1928):

— Algo existe.

— Si algo existe, o bien existía desde siempre, o bien ha sido creado de la nada en algún momento.

— Si algo existe, o bien existe por la necesidad de su propia naturaleza, o bien existe por voluntad de otro ser.
— Si este algo existe por necesidad de su propia naturaleza, entonces es que algo existía desde siempre.

— Si esto existe por voluntad de otro ser, entonces la hipótesis de que las cosas que conocemos han sido creadas de la nada es falsa.

Para poder representar matemáticamente cada una de las premisas anteriores, hay que considerar los cinco símbolos siguientes:

$x \equiv$ Algo existe.
$y \equiv$ Algo existió siempre.
$z \equiv$ Lo que existe ha sido creado de la nada.
$p \equiv$ Algo existe por su propia naturaleza.
$q \equiv$ Algo existe por voluntad de otro ser.

A partir de estas premisas, el método de Boole consistía en formular ecuaciones algebraicas que representaran la argumentación de Clarke:

$$\begin{cases} x = 1 \\ x.\left(y.z + (1-y).(1-z)\right) = 0 \\ x.\left(p.q + (1-p).(1-q)\right) = 0 \\ p.(1-y) = 0 \\ q.z = 0. \end{cases}$$

Sin embargo, partiendo de este complicado sistema de ecuaciones, Boole no halló ninguna conclusión que se pudiera derivar de las premisas y que le permitiera afirmar la simple verdad o falsedad de la argumentación.

CAPÍTULO 3

En busca de las leyes del pensamiento

Aunque Cork no era un centro intelectual o cultural relevante, el cargo que George Boole ocupó como profesor en el Queen's College le ofreció la posibilidad de disfrutar una vida más adecuada a su categoría de matemático excepcional. Gracias a ello, en 1854 pudo dar forma a su gran obra maestra, *Las leyes del pensamiento*, con la que conseguiría fundamentar sus teorías matemáticas sobre las leyes que rigen los razonamientos de la mente humana por medio de su álgebra de la lógica.

La apertura oficial del Queen's College de Cork tuvo lugar el 7 de noviembre de 1849, rodeado aún en una gran polémica por su carácter laico. El primer ministro conservador Robert Peel (1788-1850) había decidido proponer que los Queen's Colleges fueran no confesionales para evitar los problemas religiosos entre católicos y protestantes por los que atravesaba Irlanda. Como reacción a dicha decisión, la jerarquía de la Iglesia católica prohibió a los miembros de su clero participar en cualquier labor que estuviera relacionada con este tipo de universidades. Y aunque finalmente el rector designado para su dirección fue el distinguido científico católico Robert Kane (1809-1890), muchos políticos irlandeses, junto a buena parte de los obispos católicos, siguieron denunciando y exigiendo la instauración de una universidad católica en Irlanda. De los jóvenes profesores que formaban la plantilla académica del Queen's College de Cork solo dos eran católicos, por lo que a algunos de sus detractores les pareció que gran parte de las plazas habían sido adjudicadas a profesores ingleses o escoceses más bien mediocres, en lugar de a candidatos irlandeses mejor capacitados para esos puestos.

Tuvo lugar un incidente destacable en la apertura del *college* que muestra el clima de tensión religiosa vivido en Cork en aquel momento. El discurso inaugural de Robert Kane fue traducido al italiano para su envío a Roma con la intención de influir positiva-

mente a favor del Queen's College en la política eclesiástica del Vaticano. El profesor de español e italiano del Trinity College de Dublín Basilio Angeli realizó la traducción de forma tan poco afortunada que en lugar de transmitir las palabras de Kane de que a la ceremonia de apertura habían asistido «damas y caballeros», lo tradujo como «señores de ambos sexos», lo que provocó la hilaridad de la curia romana, e incluso hizo que algún cardenal comentara jocosamente que Cork debía de ser una ciudad de lo más rara. El incidente no sentó nada bien a las autoridades irlandesas, que hicieron que el profesor encargado de la traducción fuera inmediatamente despedido de su plantilla.

«Desvelar las leyes secretas de las facultades del pensamiento que van más allá del conocimiento perceptivo del mundo es el objetivo de una mente racional.»

— GEORGE BOOLE, EN *LAS LEYES DEL PENSAMIENTO*.

George Boole recibió inicialmente un salario anual de doscientas cincuenta libras, mientras que el rector Robert Kane recibía ochocientas, además de una residencia en el propio Queen's College. Este sueldo anual estaba complementado por los honorarios que los estudiantes pagaban directamente a su profesor para poder asistir a las materias de las que se habían matriculado. En el primer curso académico Boole contaba con alrededor de sesenta alumnos, entre los que figuraba el hijo del profesor de cirugía Richard Bullen. Entre las asignaturas que impartió había un primer curso básico de Matemáticas, con temas relacionados con los *Elementos* de Euclides, la resolución de ecuaciones algebraicas o el estudio de la trigonometría plana y esférica. También impartió un curso superior en el que se enseñaban temas más avanzados de la matemática de aquel momento, como la geometría analítica y el estudio de las secciones cónicas o el cálculo diferencial e integral, destinado a la preparación de estudiantes que quisieran continuar sus estudios en física matemática y astronomía. A pesar de las numerosas clases que tuvo que impartir, nunca dispuso de ayudantes,

pero eso no le impidió continuar investigando en matemáticas y consultar la nueva biblioteca del *college*, compuesta inicialmente por más de cuatro mil volúmenes.

El primer alojamiento que George Boole tuvo en Cork fue en una casa de huéspedes situada en Strawberry Hill, aunque muy poco después pasó a ocupar una agradable casita situada en el número 5 de Grenville Place, cerca del río Lee y a una conveniente distancia entre el Queen's College y el centro de la ciudad que podía recorrer andando fácilmente. Allí compartió alojamiento con el profesor de Lenguas Modernas Raymond De Vericour, quien casualmente también había sido un viejo amigo suyo en su ciudad natal de Lincoln. Así, conforme el curso académico avanzaba y Boole conseguía una mayor independencia económica, iba también disfrutando de una creciente satisfacción por su nueva vida, tal como le manifestó a su amigo Augustus De Morgan en una carta fechada en noviembre de 1849: «Me encuentro muy cómodo aquí. En la actualidad, todo parece prometer armonía. No he encontrado nada parecido a la intolerancia entre los católicos romanos con los que he conversado». También hacía mención explícita al bajo nivel educativo que se encontró a su llegada a Cork: «A juzgar por los resultados obtenidos en los exámenes de matemáticas que acaban de finalizar, la educación científica elemental está aún a un nivel muy precario. Estoy deseoso de comenzar a impartir clases para maestros».

A pesar de la controversia religiosa, la primera mitad del curso 1849-1850 transcurrió con cierta tranquilidad, sin hechos especialmente destacables. No obstante, Robert Kane no tardó en ganarse cierta antipatía entre la plantilla de profesores. Su esposa no tenía intención de vivir en una ciudad como Cork, que consideraba atrasada, lo que provocó que el rector tratase de dirigir el Queen's College desde Dublín. Como consecuencia de ello, y también a causa del propio carácter de Kane, se producían continuos conflictos entre él y los profesores, en algunos de los cuales Boole terminaba viéndose irremediablemente involucrado.

Tras este breve período de calma y prosperidad, en agosto de 1850 se celebró en la ciudad irlandesa de Thurles un importante encuentro de los obispos católicos de Irlanda. Entre los acuerdos

a los que llegaron se encontraba ratificar la prohibición definitiva de que los clérigos católicos pudieran asistir o formar parte de cualquier trabajo relacionado con los Queen's Colleges, por lo menos hasta que su laicidad fuera eliminada. Si bien Robert Kane manifestó su desaprobación a esta decisión, los decretos que se dictaron tras el Sínodo de Thurles fueron finalmente aprobados por Roma al año siguiente.

Para complicar aún más las cosas, Raymond De Vericour publicó un libro titulado *Análisis histórico de la civilización cristiana*, en el que se mostraba muy crítico con el papado a lo largo de los siglos, y que fue incluido inmediatamente en el listado de libros prohibidos por la Iglesia. En su libro, De Vericour anotó debajo de su nombre el del Queen's College de Cork y lo recomendó como libro de texto para sus estudiantes de Historia. De Vericour, que por aquel entonces se encontraba en la ciudad alemana de Bonn, fue severamente sancionado por el claustro del Queen's College y finalmente despedido como profesor. Sin embargo, cuando le pidieron explicaciones por su comportamiento, ofreció disculpas y propuso arreglar los problemas ocasionados retirando de inmediato en la siguiente edición de su obra cualquier referencia al Queen's College de Cork y cancelando la recomendación de que su trabajo fuera utilizado como libro de texto entre sus alumnos. Finalmente fue de nuevo reintegrado como profesor.

Aunque George Boole estaba del lado de De Vericour en todo este asunto, decidió no participar abiertamente en la polémica. Sin embargo, esta fue una de las muchas ocasiones en las que se vio obligado a enfrentarse, y a veces a posicionarse, por la defensa de los derechos de sus colegas contra los abusos ejercidos en general por las autoridades del Queen's College y, en particular, por el rector Kane. Como consecuencia de ello, empezó a sentir cierta angustia y desesperación ante situaciones similares, que de forma irremediable eclipsaban su inicial estado de felicidad tras la llegada a Cork. De este modo, en una carta del 17 de octubre de 1850, dirigida de nuevo a Augustus De Morgan, tras regresar de unas felices vacaciones en Lincoln y de disfrutar de su familia y de sus amigos, Boole expresaba así su frustración por su regreso al Queen's College:

> No estoy aterrado ante la tormenta de fanatismo religioso que estamos sufriendo a nuestro alrededor en estos momentos. En el asunto de De Vericour me mantuve templado y tuve con ambas partes una correspondencia amistosa. Sin embargo, es lo que veo a mi alrededor y el desasosiego que me produce no saber lo que pueda ocurrir en el futuro lo que me lleva a apartarme de todo ello y a dedicarme a otras esferas de mi trabajo.

Para poder evadirse de este creciente sentimiento de frustración, intensificó su dedicación a la investigación, centrándose sobre todo en el estudio de la relación existente entre su novedosa álgebra de la lógica y otras disciplinas de las matemáticas, como la teoría del cálculo de probabilidades. Como consecuencia de ello, Boole dedicó todo su tiempo libre a preparar la que sería su gran obra maestra, *Las leyes del pensamiento*, publicada finalmente en 1854. También comenzó a recopilar información para realizar una breve biografía sobre John Walsh (1786-1847), un extraordinario y excéntrico matemático fallecido en Cork algunos años antes.

A pesar de sus múltiples ocupaciones, la labor docente de George Boole en esta época fue muy positiva y enseguida ofreció buenos resultados. Ya incluso desde el comienzo de sus actividades académicas, Boole había mostrado una gran preocupación por el bienestar de sus estudiantes y por la defensa de sus derechos, como muestra la carta de 8 de febrero de 1851 dirigida al decano de la Facultad de Artes, a cuyo departamento científico se adscribía la plaza de profesor de Boole:

> Quisiera exponer ante el claustro del Queen's College el grave problema que supone la tan lamentable condición en la que se encuentran las chimeneas de las aulas. El aula de matemáticas se encuentra tan llena de humo que es imposible impartir mis clases allí. Cuánto mayores deben ser las molestias que deben sufrir los alumnos, que han de asistir a las clases durante todo el día.

Así, poco a poco se fue involucrando en la gestión administrativa del Queen's College, hasta que el 30 de mayo de 1851 llegó a ser elegido por votación decano del Departamento de Ciencias de

la Facultad de Artes. George Boole tomó posesión de este importante puesto con gran responsabilidad y llegó a pagar de su propio sueldo la publicación de su discurso, titulado *Los reclamos de la ciencia, especialmente como base de las relaciones humanas*, en el que exponía sus ideas sobre el papel que debía desempeñar la universidad en la sociedad y la responsabilidad de los estudiantes de hacer un uso práctico del conocimiento científico que habían adquirido en sus estudios. El discurso también dejaba entrever algunas referencias a su obra fundamental *Las leyes del pensamiento*, que en ese momento estaba preparando.

LAS LEYES MATEMÁTICAS DEL PENSAMIENTO

En 1854, siete años después de la publicación de su primer libro, el *Análisis matemático de la lógica*, con el que consiguió que la lógica se separase de la filosofía y se convirtiera en una rama más de las matemáticas, Boole sacó a la luz su obra más célebre: *Las leyes del pensamiento*. Con ella sentó las bases matemáticas definitivas que le permitirían convertir la lógica formal en un nuevo tipo de álgebra sobre clases en vez de sobre números. Boole se había lamentado a menudo de haber escrito su primer libro a toda prisa, en apenas unos pocos meses, con lo que, una vez instalado en Cork, dispuso del tiempo y los medios necesarios para realizar una reflexión más profunda de su primer trabajo y analizar las reacciones y comentarios de otros matemáticos de la época.

Conforme la euforia de su nombramiento como profesor de Matemáticas del Queen's College se iba disipando y empezaba a sentir la necesidad de evadirse de la soledad de su vida en la ciudad, empezó a dedicar gran parte de su tiempo libre a las matemáticas y la investigación y, en concreto, a la que sería su principal contribución: ampliar su álgebra de la lógica para reducir las operaciones lógicas que subyacen en los razonamientos a simples manipulaciones elementales de fórmulas matemáticas.

El título completo del libro, tal como fue publicado en 1854 cuando Boole contaba con treinta y nueve años, fue *Una investigación sobre las leyes del pensamiento sobre las que se fundamentan las teorías matemáticas de la lógica y las probabilidades.* Estaba dedicado a John Ryall, profesor de Lenguas Clásicas en el Queen's College, en reconocimiento a su amistad. Ambos profesores se habían convertido en grandes amigos al coincidir en sus críticas hacia la forma en la que el rector Kane gestionaba los asuntos internos de la universidad. El libro fue redactado en su vivienda del número 5 de Grenville Place y, aunque en un principio podía considerarse como una ampliación del *Análisis matemático de la lógica*, desarrollaba las ideas y teorías contenidas en este incluyendo nuevos capítulos sobre la teoría de las probabilidades.

> «El lenguaje es un instrumento de la razón humana, y no meramente un medio para la expresión del pensamiento.»
>
> — GEORGE BOOLE, EN *UNA INVESTIGACIÓN DE LAS LEYES DEL PENSAMIENTO.*

El propósito de Boole en *Las leyes del pensamiento* era encontrar los principios y leyes generales por los que se rigen nuestros razonamientos válidos, y también descubrir un método general que permitiera determinar la probabilidad de cualquier suceso aleatorio complejo lógicamente relacionado con un conjunto más sencillo de sucesos aleatorios para los que se conocieran sus probabilidades individuales. Como ilustración de los nuevos problemas que pretendía resolver en su teoría de probabilidades, el mismo Boole dio el siguiente ejemplo:

> Frente a la ventana de la habitación en la que estoy escribiendo hay un campo, el cual puede verse inundado por dos causas distintas, pero capaces de combinarse: las inundaciones que provienen de las fuentes de las que se nutre el río Lee, y las mareas que provienen del océano. Supongamos que se realizan N observaciones de estas inundaciones y que han arrojado los siguientes resultados: en una ocasión el río estaba desbordado por las crecidas que sufrió su caudal, y en P ocasiones el campo se inundó, ya sea por esta causa o no. En B ocasiones el río estaba desbordado por la marea, y en Q ocasiones se inundó, ya

sea por esta causa o no. Suponiendo, pues, que el campo no puede inundarse en ausencia de estas dos causas, queremos determinar cuál es la probabilidad total de que sufra una inundación.

El libro obtuvo un éxito inmediato, y en la actualidad se sigue imprimiendo como una obra clásica de las matemáticas del siglo XIX, además de ser considerado como uno de los libros más influyentes de su época. Muchos años más tarde, el famoso filósofo, matemático y lógico Bertrand Russell (1872-1970) describiría este trabajo de George Boole como «la obra en la que se descubrió la matemática pura». El libro contenía además una gran cantidad de innovaciones importantes. Por ejemplo, Boole introdujo el concepto de desarrollo de una función lógica $f(x)$, donde ahora x no es una variable numérica, sino un símbolo lógico, extendiendo así la famosa fórmula del teorema de MacLaurin

$$f(x)=f(0)+f'(0)x+\frac{f''(0)}{1\cdot 2}x+\ldots$$

para la aproximación de funciones derivables mediante polinomios a entidades distintas de los símbolos que representan habitualmente a los números, como son las clases de su álgebra de la lógica:

$$f(x)=f(1)\cdot x+f(0)\cdot(1-x).$$

También incluyó nuevos resultados sobre la resolución de ecuaciones lógicas, métodos para simplificarlas y reducirlas. La introducción de temas específicos sobre la teoría de las probabilidades procedía de las indicaciones que le había dado sobre su libro anterior Augustus De Morgan, en las que se hacía referencia a la analogía que debía existir entre la lógica y la probabilidad.

Sin embargo, el objetivo que George Boole perseguía realmente con su obra era más profundo y ambicioso: encontrar los principios y leyes de la razón humana que dan lugar a razonamientos válidos en la mente. Este nuevo objetivo quedaba reflejado en el prefacio de su libro *Las leyes del pensamiento*, que redactó en noviembre de 1853. En el discurso que Boole dirigió a toda la co-

LA CALCULADORA UNIVERSAL DE LEIBNIZ

Desde su adolescencia, el matemático, filósofo y jurista Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) se sintió atraído por el sistema lógico de silogismos que Aristóteles había propuesto dos mil años antes. A pesar de haber nacido en Alemania en 1646 —época en la que incluso la geometría más elemental de Euclides era considerada una materia lo suficientemente avanzada para que solo se estudiase en las universidades— fue precisamente la lógica la que despertó su talento y pasión por las matemáticas, convirtiéndole en uno de los más grandes matemáticos de todos los tiempos. Uno de los primeros resultados que obtuvo y del que se sentía especialmente orgulloso fue una serie numérica que le permitía relacionar y aproximar de manera sencilla el número π con la sucesión de los números impares:

$$\frac{\pi}{4}=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\frac{1}{11}+\ldots$$

En 1673 fue elegido por unanimidad miembro de la Royal Society de Londres por su modelo de máquina de calcular, capaz de realizar las cuatro operaciones aritméticas elementales. Aunque el matemático y filósofo francés Blaise Pascal (1623-1662) ya había diseñado y presentado su famosa *pascalina* en 1642, considerada como la primera calculadora que funcionaba a partir de ruedas dentadas y engranajes capaz de sumar y restar, la máquina de Leibniz permitía multiplicar y dividir, e incorporaba un ingenioso mecanismo denominado «volante de Leibniz» que llegó a usarse hasta bien entrado el siglo XX en la mayor parte de los dispositivos de cálculo. Aunque su máquina de calcular solo permitía realizar cálculos aritméticos simples, Leibniz se dio cuenta de la enorme relevancia que tenía la capacidad de mecanizar cualquier cálculo. Así, en 1674 diseñó una máquina capaz de resolver ecuaciones algebraicas. Poco a poco, el diseño de estas máquinas le fue sugiriendo la idea de que los mecanismos de razonamiento que los seres humanos realizan también constituyen una especie de cálculo y, comparando el razonamiento lógico con un mecanismo, se propuso construir una máquina capaz de realizar tales operaciones lógicas. Esta idea se conoce como el «sueño de Leibniz».

munidad universitaria de Cork con motivo de su nombramiento en 1851 como decano del Queen's College ya había incidido en esta cuestión, que tres años más tarde plasmó y dio forma a su obra. *Las leyes del pensamiento* de George Boole consiguió mostrar que la nueva lógica matemática estaba formada por una serie de procesos formales sujetos a leyes muy similares a las que rigen el razonamiento humano.

Esta idea fue fundamental para que en décadas posteriores se persiguiera la mecanización parcial de estas nuevas leyes lógicas de la razón humana, primero a través del desarrollo y construcción de diagramas y máquinas lógicas que permitieran automatizar las leyes matemáticas de la lógica de clases de Boole para la resolución de silogismos, y más tarde ya en pleno siglo XX abriendo el camino hacia la moderna computación digital. Este había sido el sueño de muchos filósofos y lógicos anteriores a George Boole, desde Aristóteles hasta Leibniz y Pascal, y también de algunos contemporáneos suyos como Charles Babbage, quien ya había contemplado otros aspectos de este sueño en forma mecánica.

Entre los papeles encontrados y catalogados tras la muerte de George Boole, había una serie de manuscritos destinados a la elaboración de un libro en el que las investigaciones que este había realizado en el área de la lógica iban a ser incluidas dentro de un marco más general que le serviría para exponer su visión filosófica de la vida y la realidad. Este material, probablemente escrito en los últimos años de su vida entre 1860 y 1864, solo ha llegado hasta nosotros en la forma de borrador. Al parecer, fue el propio Augustus De Morgan quien le recomendó a George Boole no publicarlo, muy probablemente debido a que la calidad de sus escritos en filosofía era menor que la de sus escritos y trabajos sobre lógica y matemáticas.

LAS ÁLGEBRAS DE BOOLE

Aunque fueron Augustus De Morgan y el propio George Boole quienes se dieron cuenta de las profundas similitudes existentes entre la estructura interna de la lógica de clases y el álgebra de los nú-

LAS MÁQUINAS DE CALCULAR DE CHARLES BABBAGE

En el siglo XIX existía una enorme tendencia a publicar libros con tablas matemáticas, con el propósito de ayudar a ingenieros y científicos a realizar toda clase de cálculos, especialmente astronómicos, y para la navegación marítima. El problema de estas tablas es que solían contener numerosos errores. Para resolver este problema, el matemático británico Charles Babbage (1791-1871) se propuso crear una máquina que permitiera automatizar el proceso completo para generar estas tablas. Su «máquina diferencial» se basaba en el método matemático de las diferencias, y fue construida entre 1820 y 1822. La velocidad era tal que permitía imprimir hasta cuarenta y cuatro números por minuto. Aunque esta cifra hoy en día no resulta muy impresionante, tenía la ventaja de que podía operar durante varias horas a un ritmo constante.

Arquitectura del ordenador moderno

Un día, mientras observaba la periodicidad de las funciones trigonométricas, Babbage se preguntó si sería posible modificar su máquina diferencial para que reutilizara los valores que ya habían sido calculados previamente. De ahí surgió la idea de crear un sistema de «retroalimentación» en su máquina, el cual evitaría el uso de polinomios para aproximar ciertas funciones, ya que podría reutilizar directamente la información almacenada para calcular estas funciones. El inconveniente de esta ingeniosa idea era que incrementaba considerablemente la complejidad de su diseño inicial, lo que motivó a Babbage a separar la arquitectura de su máquina en dos partes: el «molino», donde se efectuarían las operaciones aritméticas, y el «almacén», en el que se colocarían los números iniciales y los resultados producidos por el molino. En términos modernos, el almacén no era más que la memoria de la máquina, y el molino era su unidad de procesamiento o CPU. Cada número se almacenaría en cilindros metálicos cuyos discos se girarían manualmente hasta producir los dígitos del resultado deseado. Esta idea de «máquina analítica», como así la denominó en 1842, incorporaba también el uso de tarjetas perforadas para almacenar los programas. Gracias a esta noción de cómputo general, Charles Babbage ocupa hoy en día un lugar privilegiado en la historia de las matemáticas y la informática.

meros, no fue hasta 1860 cuando apareció y se aplicó en todas las matemáticas el concepto más general de «álgebra de Boole», gracias a los trabajos posteriores a él desarrollados por los filósofos y lógicos Charles Sanders Peirce (1839-1914) y William Stanley Jevons (1835-1882).

De manera general, un álgebra de Boole es lo que los matemáticos denominan una «estructura algebraica», esto es, una forma de clasificar y caracterizar los conjuntos en función de los elementos que contengan, de las operaciones que podamos realizar sobre esos elementos y de las propiedades que satisfagan estas operaciones. De manera concreta, se denomina álgebra de Boole a cualquier conjunto B en el que tengamos, al menos, dos elementos distinguidos a los que denominamos 0 y 1. Además, el conjunto B ha de disponer de dos operaciones que podamos realizar sobre cualquier par de elementos a y b del conjunto B, y a las que denominamos «suma» $(a \oplus b)$ y «producto» $(a \otimes b)$, así como una operación más que actúa sobre un elemento cualquiera a del conjunto denominada «negación» $(\bar{a})$. Junto a estas tres operaciones, el conjunto B ha de satisfacer las siguientes propiedades sobre cualesquiera elementos $a,b,c \in B$ para que finalmente podamos considerar a B como un álgebra de Boole. Estas propiedades básicas (o axiomas) no son más que una generalización que el propio George Boole ya había deducido en su álgebra de la lógica:

AXIOMA	SUMA	PRODUCTO
Conmutatividad	$a \oplus b = b \oplus a$	$a \otimes b = b \otimes a$
Asociatividad	$a \oplus (b \oplus c) = (a \oplus b) \oplus c$	$a \otimes (b \otimes c) = (a \otimes b) \otimes c$
Distributividad	$a \oplus (b \otimes c) = (a \oplus b) \otimes (a \oplus c)$	$a \otimes (b \oplus c) = (a \otimes b) \oplus (a \otimes c)$
Elemento neutro	$a \oplus 0 = a$	$a \otimes 1 = a$
Complementario	$a \oplus \bar{a} = 1$	$a \otimes \bar{a} = 0$

A partir de estos cinco axiomas, es posible deducir otras propiedades, a las que se denomina teoremas del álgebra de Boole:

TEOREMA	SUMA	PRODUCTO
Idempotencia	$a \oplus a = a$	$a \otimes a = a$
Absorción	$a \oplus 1 = 1$	$a \otimes 0 = 0$
De Morgan	$\overline{(a \oplus b)} = \bar{a} \otimes \bar{b}$	$\overline{(a \otimes b)} = \bar{a} \oplus \bar{b}$

TEOREMA	NEGACIÓN	
Complementario	$\bar{1} = 0$	$\bar{0} = 1$
Involución	$\bar{\bar{a}} = a$	

Existen múltiples ejemplos de álgebras de Boole. El más conocido es el que corresponde a la teoría de conjuntos. De manera intuitiva, un conjunto es cualquier colección de objetos diferentes a los que se denomina elementos. Algunos conjuntos reciben nombres particulares, como el conjunto vacío $\varnothing$, el cual no contiene ningún elemento, o el conjunto universal U, que puede considerarse como un conjunto lo suficientemente extenso como para poder contener a todos los posibles elementos. Para construir nuevos conjuntos, podemos utilizar las siguientes operaciones: $A \cup B$ expresa la unión de los conjuntos A y B, es decir, el conjunto constituido por los elementos que pertenecen a A o a B; $A \cap B$ expresa la intersección de los conjuntos A y B, es decir, el conjunto constituido por aquellos elementos que pertenecen simultáneamente a A y a B; y finalmente A^C expresa el complementario de un conjunto A, esto es, el conjunto constituido por todos los elementos que no están en A. El álgebra de los conjuntos es un álgebra de Boole, pues satisface los axiomas y teoremas que caracterizan esta estructura algebraica:

PROPIEDADES	UNIÓN	INTERSECCIÓN
Conmutatividad	$A \cup B = B \cup A$	$A \cap B = B \cap A$
Asociatividad	$A \cup B \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$	$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

Idempotencia	$A \cup A = A$	$A \cap A = A$
Simplificación	$A \cup (A \cap B) = A$	$A \cap (A \cup B) = A$
Distributividad	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
Elemento neutro	$A \cup \emptyset = A$	$A \cap U = A$
Absorción	$A \cup U = U$	$A \cap \emptyset = \emptyset$
Complementario	$A \cup A^c = U$	$A \cap A^c = \emptyset$
De Morgan	$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$	$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

Otro ejemplo particularmente importante de álgebra de Boole lo constituye el cálculo proposicional. Una proposición es una afirmación simple a la que se puede dar un valor de verdad V o de falsedad F. Por ejemplo, la afirmación «15 es un número entero» es una proposición que toma el valor V; la afirmación «15 es un número par» también es una proposición pero toma el valor F; y la afirmación «$x + 3$ es un entero positivo», pues resulta imposible asignarle un valor de verdad (verdadero o falso), ya que este depende del valor desconocido de x. Las proposiciones pueden combinarse entre sí para formar proposiciones más complejas mediante el uso de las llamadas conectivas lógicas. El símbolo $\neg$ expresa la negación de una proposición. Por ejemplo, si p representa la proposición «hoy es lunes», $\neg p$ representaría la proposición «hoy no es lunes». Mediante el símbolo $\vee$ representamos la disyunción, que en el lenguaje cotidiano correspondería a «o», es decir, si por ejemplo p representa la proposición «hoy es lunes» y q la proposición «está lloviendo», entonces $p \vee q$ representaría la proposición «hoy es lunes o está lloviendo». Finalmente, el símbolo $\wedge$ corresponde a «y», y así, para el ejemplo anterior, $p \wedge q$ significaría «hoy es lunes y está lloviendo».

El álgebra proposicional está formada por los elementos V y F además de las operaciones , $\vee$, $\wedge$ y $\neg$. Para poder representar el comportamiento de estas operaciones y determinar el valor de una proposición más complicada a partir de los posibles valores de las

expresiones que la componen, se usan las llamadas «tablas de verdad»:

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	F

p	$\neg p$
V	F
F	V

EL ÁLGEBRA DE SUCESOS ALEATORIOS Y LA TEORÍA DE PROBABILIDADES

El interés de George Boole por la probabilidad proviene de su constante motivación por relacionar la matemática pura y la ciencia aplicada. Si bien en su libro *Análisis matemático* de la lógica de 1847 no hay ninguna mención explícita a la teoría de probabilidades, los comentarios y sugerencias que recibió a raíz de la publicación de este primer trabajo y de su interés por la astronomía le llevaron a hacer uso de su sistema lógico en otras áreas de las matemáticas. En particular, fue William Fishburn Donkin (1814-1869), profesor de Astronomía en la cátedra Saviliana de la Universidad de Oxford y responsable de varios trabajos importantes sobre el tema de la probabilidad, quien sugirió y ayudó a Boole entre 1851 y 1854 a presentar un amplio desarrollo sobre la relación entre la lógica y la probabilidad en su nueva publicación *Las leyes del pensamiento*. A partir de este trabajo de Boole se sabe que el concepto de probabilidad es también una noción lógica, pues basta con sustituir los sucesos aleatorios por proposiciones que afirmen que estos sucesos se han producido o se van a producir. Se desarrollan a continuación las etapas esenciales que constituyen las bases de esta idea inicial que sirvió a Boole como fundamento de una nueva teoría lógica de la probabilidad.

Un experimento aleatorio es aquel en el que los resultados obtenidos no son deterministas, es decir, que tiene más de un resultado posible. Además, se conocen previamente todos los posibles resultados, y cada vez que se realiza el experimento, desconocemos el resultado concreto que se va a obtener. Como ejemplo típico de experimento aleatorio podemos considerar el lanzamiento de un dado o una moneda. El conjunto Ω formado por todos los posibles resultados que se pueden obtener en un experimento aleatorio se denomina «espacio muestral». Los resultados del experimento aleatorio se pueden interpretar como elementos de este conjunto. Por ejemplo, si el experimento aleatorio consiste en el lanzamiento de un dado, $\Omega = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$ —asumimos que el dado se lanza sobre una superficie plana y que siempre cae sobre una de sus caras—. Se conoce con el término de «suceso» al conjunto de resultados que pueden obtenerse en un experimento aleatorio, es decir, a cualquier subconjunto del espacio muestral. Entre los posibles sucesos hay algunos especiales:

«La probabilidad es una expectativa fundada en un conocimiento parcial.»

— **George Boole, en *Una investigación de las leyes del pensamiento*.**

— Un «suceso elemental» es aquel que tiene un único resultado posible. Por ejemplo, para el experimento aleatorio del lanzamiento de un dado, un suceso elemental podría ser el siguiente: $A = \{$ múltiplos de 5 $\} = \{ 5 \}$.

— Un suceso se llama «compuesto» cuando está constituido por más de un posible resultado, como por ejemplo, $B = \{$ sacar un número impar $\} = \{ 1, 3, 5 \}$.

— Se llama «suceso seguro» a aquel que siempre ocurre en el experimento aleatorio, como por ejemplo, el propio espacio muestral $\Omega = \{$ sacar menos de 8 $\} = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$.

— Se denomina «suceso imposible» a aquel que no ocurre nunca, por ejemplo, $\varnothing = \{$ sacar un número mayor que 7 $\}$.

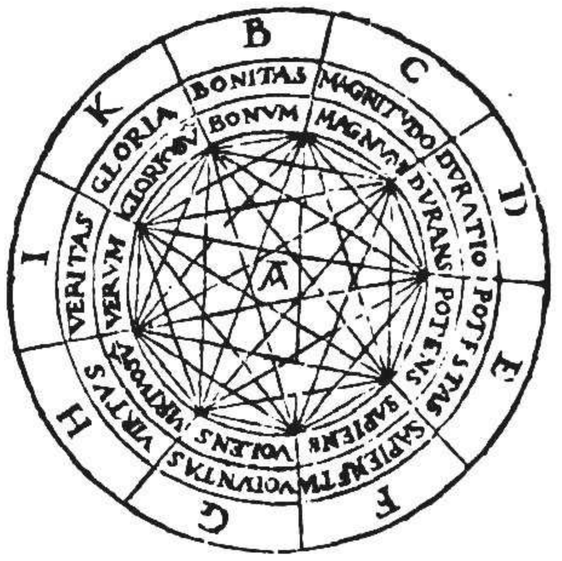


FOTO SUPERIOR IZQUIERDA
Aristóteles creó un sistema de silogismos que serviría de base a lógica booleana.

FOTO SUPERIOR DERECHA
Ramon Llull concibió una máquina lógica, que contaba un lenguaje propio, con un alfabeto de nueve letras: B, C, D, E, F, G, H, I y K.

FOTO INFERIOR IZQUIERDA
Charles Sanders Peirce difundió el trabajo de Boole.

FOTO INFERIOR DERECHA
Leonhard Euler ideó un modelo gráfico de círculos para el análisis de proposiciones lógicas.

Las operaciones del álgebra de conjuntos permiten llevar a cabo operaciones análogas sobre sucesos: la unión $(A \cup B)$, la intersección $(A \cap B)$ y la complementariedad (A^c) sobre dos sucesos A y B. Por ejemplo, si A = { sacar un número par } = { 2, 4, 6 } y B = { sacar un múltiplo de 3 } = { 3, 6 } son dos sucesos, entonces tanto $A \cap B$ = { 6 } como $A \cup B$ = { 2, 3, 4, 6 } y A^c = { 1, 3, 5 } son también sucesos. Las operaciones realizadas con sucesos presentan propiedades que coinciden con las que George Boole estableció en su álgebra de la lógica en 1847. Como consecuencia de ello, el álgebra de sucesos aleatorios tiene una estructura de álgebra de Boole cuando el espacio muestral Ω es finito.

Boole fundamentó su trabajo sobre esta álgebra de sucesos aleatorios, para llegar al concepto moderno de probabilidad que hoy se conoce como «axiomática de Kolmogorov». Fijado un espacio muestral Ω y dado un suceso A, se define la probabilidad del suceso A como el resultado devuelto por una función P (denominada medida de probabilidad) que ha de cumplir los axiomas:

— Para todo suceso A de Ω se cumple que $0 \leq P(A) \leq 1$.
— $P(\Omega) = 1$.
— Si A y B son dos sucesos incompatibles, es decir, $A \cap B = \emptyset$, se cumple que $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

El propio Boole, en el capítulo XVII de *Las leyes del pensamiento*, confirma la utilización de este nuevo concepto de probabilidad en lugar de la definición clásica y comúnmente utilizada del astrónomo y matemático francés Pierre-Simon Laplace:

> Se ha definido que «la medida de la probabilidad asociada a un suceso es la razón entre su número de casos favorables o desfavorables, y el de todos los casos igualmente posibles». En esta investigación el término probabilidad será empleado en el sentido arriba expuesto de «medida de probabilidad».

La definición clásica de probabilidad dada por Laplace para un suceso A a la que se refiere Boole se definía mediante el siguiente cociente:

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favorables del suceso A}}{\text{número de casos totales}}.$$

Por ejemplo, la probabilidad del suceso A = { sacar un número par } sería:

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0{,}50 \Rightarrow 50\% \text{ de posibilidades.}$$

Esta definición clásica de probabilidad, que solo tiene sentido para sucesos equiprobables, surgía de la siguiente observación experimental: supóngase que en un experimento aleatorio se puede lograr una serie de resultados a, b, c, etc. Si se repite el experimento N veces y se obtiene, por ejemplo, n veces el resultado a, se denomina frecuencia relativa del suceso A = { obtener el resultado a } al cociente n/N. Se define entonces la probabilidad del suceso A como:

$$P(A) = \lim_{N \to \infty} \frac{n}{N}.$$

Se trata de una definición experimental de la probabilidad, conocida en el ámbito de las matemáticas con el nombre de «interpretación frecuencial de la probabilidad», que queda formalizada mediante la definición axiomática anterior. De esta manera, gracias a esta nueva interpretación del concepto de probabilidad, es posible demostrar que se cumplen también las propiedades siguientes:

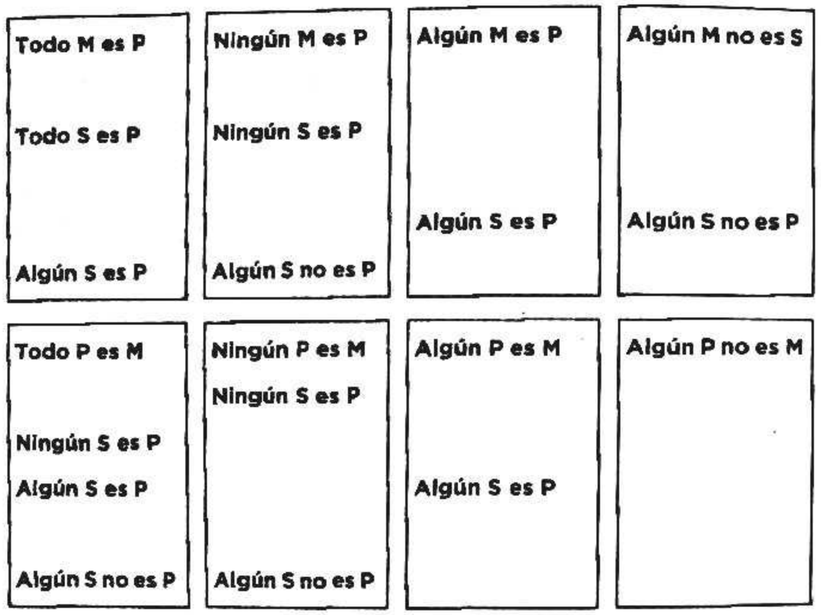
— Si A es el suceso seguro, entonces $P(A) = 1$.
— Si A es el suceso imposible, entonces $P(A) = 0$.
— $P(A^c) = 1 - P(A)$, siendo A^c el suceso complementario de A.
— $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, para dos sucesos A y B cualesquiera.

Si uno se fija en esta última igualdad, como $A \cap B$ es también un suceso, puede saber que se ha de cumplir, por definición, que $P(A \cap B) \geq 0$. Por tanto:

LAS CARTAS SILOGÍSTICAS

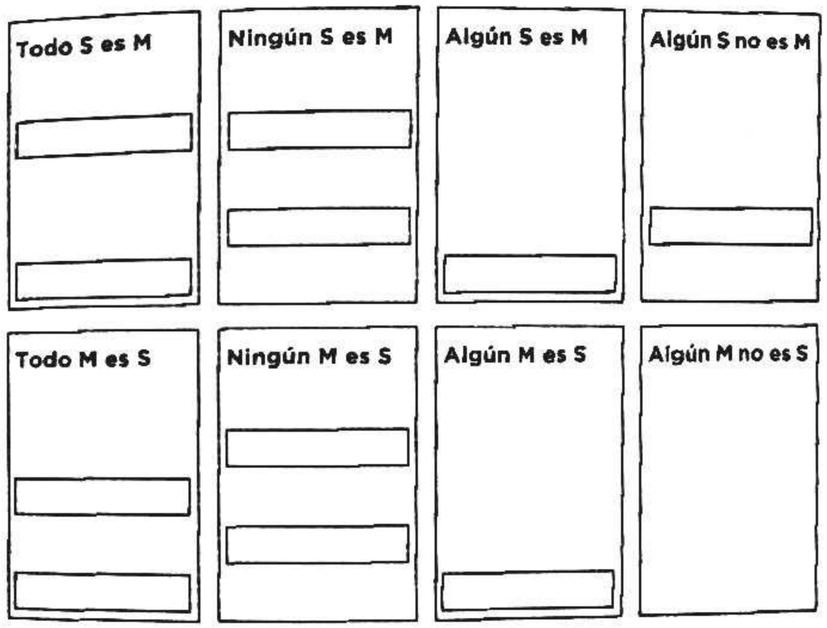
Con el fin de resolver automáticamente las formas y modos de los silogismos que Aristóteles había estudiado y clasificado en su obra lógica *Organon*, y que siglos más tarde serían formalizados matemáticamente por George Boole, se desarrollaron una serie de diagramas lógicos conocidos como «cartas silogísticas». Los silogismos son un método de razonamiento deductivo formado por dos proposiciones, a las que se denomina «premisas» (la primera se denomina «premisa mayor» y la segunda «premisa menor»), y otra más denominada «conclusión», la cual puede ser deducida a partir de las otras dos.

CARTAS MAYORES



Las cartas silogísticas estaban constituidas por un juego de dieciséis cartas repartidas en dos tipos, ocho cartas mayores y ocho cartas menores. En la primera línea de cada carta mayor aparecía descrita una posible premisa mayor, mientras que en la parte inferior aparecían sus posibles conclusiones. En las cartas menores aparecía representada una posible premisa menor, dejando una parte media abierta a través de unas rendijas. Así, al colocar una carta menor sobre una carta mayor se podían combinar los distintos tipos de premisas, y observando el resultado que aparecía en la abertura correspondiente, podía aparecer una conclusión si correspondía a la argumentación de un modo válido, o bien ninguna conclusión en caso contrario.

CARTAS MENORES



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) \leq P(A) + P(B).$$

Se verifica entonces la siguiente desigualdad, conocida en la teoría de probabilidades como «la desigualdad de Boole»:

$$P(A \cup B) \leq P(A) + P(B).$$

George Boole demostró que esta desigualdad sigue siendo cierta si en vez de considerar solo dos sucesos A y B se considera un conjunto finito o infinito numerable de sucesos:

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n \cup \ldots) \leq P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n) + \ldots$$

De esta forma, Boole demostró matemáticamente que para todo conjunto finita o infinitamente numerable de sucesos aleato-

rios, la probabilidad de que al menos uno ocurra es siempre menor o igual que la suma de las probabilidades individuales de cada uno de los sucesos considerados:

$$P\left(\bigcup_n A_n\right) \leq \sum_n P(A_n).$$

Boole usó esta desigualdad para ilustrar su intento de descubrir un método general de la teoría de la probabilidades con el que se pudiera determinar la probabilidad de cualquier suceso compuesto, como por ejemplo $P(\bigcup_n A_n)$, siempre que estuviera lógicamente relacionado (en este caso mediante la unión $\bigcup$) con un conjunto de sucesos elementales dados A_n, a partir del conocimiento de sus probabilidades individuales $P(A_n)$. Irónicamente, en la teoría de probabilidades solo aparece el nombre de George Boole asociado a esta desigualdad.

Boole no tuvo reparos en aplicar su teoría matemática de la probabilidad al caso práctico de dictaminar si una persona acusada en un tribunal es o no culpable. Así, entre 1855 y 1856 dedicó sus esfuerzos a trabajar en el desarrollo de una obra de cincuenta y seis páginas titulada *Sobre la aplicación de la teoría de probabilidades a la cuestión de la combinación de declaraciones o juicios*. Los méritos de este trabajo fueron reconocidos por la Royal Society de Edimburgo, que le otorgó el prestigioso premio Keith, su más alto galardón, correspondiente al período bianual 1855-1857. Aunque la presentación oficial tuvo lugar el 1 de marzo de 1858, George Boole no pudo desplazarse a Escocia para recoger su premio.

LA MECANIZACIÓN DE LA LÓGICA BOOLEANA

Hasta poco antes de concluir el siglo XIX, muchos inventores trataron de construir máquinas lógicas que proporcionasen un apoyo mecánico a la validez de los razonamientos lógicos. Desde Aristóteles, la historia de la lógica ha recorrido un largo camino para la construcción y el diseño de todo tipo de diagramas y de máquinas por parte de filósofos y matemáticos, con el propósito de lograr su completa automatización.

RAMON LLULL, EL PRECURSOR ILUMINADO

Cuenta una leyenda sobre el filósofo, poeta y místico Ramon Llull (ca. 1232-ca. 1316) que, loco de amor en su juventud por una mujer, consiguió darle alcance en su caballo hasta llegar a una iglesia y que, allí, viéndose irremediablemente atrapada, ella se abrió la ropa para mostrarle uno de sus pechos carcomido por el cáncer de mama. Llull sufriría tal impresión traumática tras esta experiencia que terminaría dejando a su familia, riquezas y posesiones en la corte real de Jaime I para dedicarse por completo a la religión. Ramon Llull nació en Mallorca en 1232, realizó numerosos viajes al norte de África, París y Roma, y llegó a escribir más de doscientas sesenta obras en latín, árabe y catalán.

Los antecedentes del *hardware* y el *software*

En 1274, Llull tuvo una revelación mística durante un retiro espiritual en la ermita de Randa, situada en Mallorca, que le llevó a idear un método infalible para llevar a cabo la conversión automática al cristianismo de árabes y judíos. Este método, al que se conoce como *Ars magna*, está descrito en su libro *Arte abreviado de encontrar la verdad*, y en él propuso una nueva organización del pensamiento a través de la invención de una máquina lógica con la que pretendía automatizar los procesos de razonamiento denominada *Ars combinatoria*. Compuesta por un alfabeto de nueve letras y por una serie de discos concéntricos que giraban unos sobre otros, podía realizar preguntas y recibir respuestas automáticamente. En este mecanismo residen algunos de los fundamentos básicos de la informática actual y del procesamiento de datos, pues conseguía plasmar las ideas esenciales de *hardware*, mediante la descripción del mecanismo de su máquina, y de *software*, en la forma de un programa formado por la aplicación y combinación de una serie de reglas de deducción y de axiomas. Su libro, redactado en catalán, fue el primero de lógica no escrito en latín, y figuraba en la biblioteca de Isaac Newton. Llull también influyó en otros científicos, como Galileo Galilei (1564-1642), Giordano Bruno (1548-1600) y el alemán Gottfried Leibniz (1646-1716). Hasta 1308, año en que Llull escribió su *Arte breve*, no dejó de reescribir y de perfeccionar su *Arte* con un sin fin de notas aclaratorias. Sin embargo, desde esta fecha hasta su muerte en 1316, se dedicó a escribir solamente sobre temas filosóficos y teológicos.

De acuerdo con el libro *Máquinas lógicas y diagramas*, del divulgador científico y filósofo de la ciencia Martin Gardner (1914-2010), la obra *Ars magna* del teólogo y visionario mallorquín Ramon Llull (ca. 1232-ca. 1316) —también conocido como Raimundo Lulio en castellano y por el curioso sobrenombre de Doctor Iluminado— incluye el primer intento en la historia de la lógica formal de emplear diagramas geométricos con el propósito de construir una primitiva máquina lógica. Se trataba de una especie de diagrama formado por dos o más conjuntos de círculos concéntricos sobre los que se disponían varios términos, de forma que al hacer girar su círculo más interno, se obtenían una serie de combinaciones que facilitaban la ejecución de operaciones muy simples dentro de su sistema lógico.

El objetivo de Ramon Llull era partir de una serie de verdades compartidas por las tres grandes religiones monoteístas, de forma que mediante un procedimiento automático incuestionable, pudiera demostrar y probar los principios que servirían de base a la religión cristiana. De esta forma, partía del supuesto de que la fe cristiana tenía una base racional que podía ser descrita mediante los movimientos de una máquina. Así, mediante sus rotaciones, pretendía convencer y convertir a judíos y musulmanes de las verdades de la fe cristiana de una forma indiscutible.

Si bien este tipo de diagramas servirían de base al diseño de una máquina real más compleja, Llull en apariencia solo llegó a describirla, pero no a construirla. Sea como sea, las ideas del filósofo mallorquín constituyeron una anticipación de los sistemas de deducción basados en reglas y construidos sobre la base de un conjunto de axiomas que representasen verdades evidentes por sí mismas. El propio *Ars magna* inspiró siglos más tarde el *Ars combinatoria* de Leibniz, en el que se parte de los trabajos de Ramon Llull para crear un sistema de lenguaje matemático que sirva para la codificación del pensamiento humano. Los trabajos de Leibniz muestran la correspondencia que existe entre las ideas de Llull y la información binaria que posteriormente sería de tanta utilidad en nuestros computadores modernos. Por esta razón, hoy en día, tanto Llull como Leibniz son considerados precursores de las ciencias de la computación y de la inteligencia artificial.

Posteriormente, el matemático y físico Leonhard Euler (1707-1783) creó en 1761 un nuevo modelo gráfico de círculos basado en el análisis de las proposiciones lógicas, que fue posteriormente mejorado y extendido por el matemático británico John Venn (1834-1923), para conseguir un método completo para el álgebra booleana de clases.

El eslabón que permite conectar todos estos diagramas con las máquinas lógicas lo constituye la primera máquina lógica de la historia, presentada en el año 1777 por Charles Mahon (1753-1816), conde de Stanhope, y a la que se conoce con el nombre de «Demostrador de Stanhope». Este singular inventor, simpatizante de la Revolución Francesa y creador de soluciones tan dispares como un plan para prevenir la falsificación de monedas o para evitar el fuego en edificios, desarrolló un aparato de bolsillo que le permitía resolver tanto silogismos numéricos como preguntas elementales sobre el cálculo de probabilidades utilizando un método similar al de los diagramas de Venn. El demostrador lógico estaba construido con piezas de madera y cristal, y su diseño está considerado como el precursor de los componentes lógicos que se integran hoy en día en los computadores modernos.

La primera máquina lógica de importancia fue construida medio siglo después de Stanhope en 1869 por el economista y lógico británico William Stanley Jevons, y presentada al año siguiente ante la Royal Society de Londres. Era la primera máquina lógica que permitía usar el álgebra de la lógica de Boole para obtener automáticamente la solución de un problema lógico, de forma que la conclusión que se pudiera derivar a partir de un conjunto dado de premisas pudiera ser obtenida también de forma mecánica. Fue creada para ilustrar las ventajas de la nueva lógica booleana sobre la teoría de los silogismos de Aristóteles.

Debido a su similitud con un piano, esta máquina era conocida en su época como «piano lógico» y su teclado estaba constituido por veintiuna teclas, en cuya parte frontal se situaban las letras que representaban las dieciséis posibles combinaciones con las que escribir silogismos de cuatro términos y sus correspondientes negaciones, más otras cinco teclas adicionales para poder expresar la igualdad y las operaciones de disyunción. El diseño del «ábaco

lógico de Jevons», como también se conocía a su máquina, fue descrito en su libro *Los principios de la ciencia*, de 1883. Constaba de engranajes y palancas en su interior pero, a diferencia de otras máquinas de calcular de la época, utilizaba proposiciones lógicas en vez de números mediante un alfabeto formado por cuatro términos para realizar las formas silogísticas de Aristóteles. La salida que ofrecía la máquina con los resultados obtenidos podía leerse en una serie de indicadores situados en su panel frontal.

El alfabeto lógico de Jevons formaba automáticamente todas las posibles combinaciones entre dos o más términos (el mecanismo permitía realizar hasta 65 536 combinaciones lógicas) y ofrecía una representación de los resultados obtenidos que antecedía a las tablas de verdad del cálculo proposicional. Aunque en la práctica la máquina solo podía trabajar con un número muy reducido de términos, este antecesor de los primeros ordenadores modernos podía resolver problemas lógicos de cierta complejidad en un tiempo inferior al que emplearía el cerebro humano. Esto supuso un hito importante en la historia de la construcción de máquinas para automatizar cálculos, ya bastante comunes en la época, pues permitía realizar de forma automática los cálculos necesarios para probar teoremas lógicos en el álgebra de Boole. Como consecuencia de ello, hacía posible elaborar los cálculos necesarios para mecanizar, al menos en teoría, los procesos que intervienen en el razonamiento humano.

Sin duda, Jevon estaba fuertemente influenciado por el trabajo de George Boole, a quien reconoció explícitamente su gran mérito en la segunda edición de *Los principios de la ciencia* en 1887. No obstante, a diferencia de Boole, quien veía la lógica solo como una parte de las matemáticas, Jevons creía que las propias matemáticas se deducían por entero de la lógica. Esta idea sirvió de inspiración fundamental a otros lógicos y matemáticos que llegaron después de George Boole.

En 1864, Jevons publicó un pequeño volumen titulado *Lógica pura*, basado en el sistema lógico de Boole. En él, empezaba definiendo la lógica como «la ciencia de las leyes del pensamiento», tal como lo había hecho Boole en *Las leyes del pensamiento*, pero liberándola de lo que Jevons consideraba la «falsa vestimenta matemática» de su sistema formal. Con su máquina lógica, pretendía demostrar precisamente cómo la mecánica era capaz de sustituir a la matemática a la hora de mecanizar los procesos del razonamiento humano.

En 1867, el lógico y profesor de Matemáticas y Astronomía en la Universidad de Harvard, Charles Sanders Peirce, difundió las ideas principales del álgebra de Boole en Estados Unidos. Como consecuencia de ello, en 1881, el profesor de la universidad de Princeton, Allan Marquand (1853-1924), inventó una nueva máquina lógica que ejecutaba las mismas operaciones que el piano lógico de Jevons pero con varias mejoras, como la simplificación tanto de su diseño —que la hacía mucho más portable— como de los controles para la introducción del problema lógico y de la lectura de su correspondiente resultado.

En la correspondencia que mantuvo con Peirce, Marquand mostraba una nueva visión que serviría para aumentar el potencial de las máquinas lógicas a la hora de resolver sistemáticamente problemas de lógica: la construcción de un sistema eléctrico para resolver problemas lógicos y aritméticos. Esta misma idea serviría años más tarde para que el cálculo lógico de George Boole se situase en la base de la construcción de los ordenadores electrónicos actuales a través del diseño de circuitos de conmutación.

CAPÍTULO 4

Un mundo de ecuaciones matemáticas

Un año después de que se publicara su gran obra maestra *Las leyes del pensamiento*, George Boole contrajo matrimonio en 1855 con Mary Everest. En paralelo a su nueva vida familiar, consiguió desarrollar un método general para el análisis y estudio de diversos tipos de ecuaciones diferenciales y ecuaciones en diferencias, muchas de las cuales se utilizan hoy en día como base para la ingeniería electrónica y el procesamiento de señales digitales en los ordenadores actuales.

La vida de George Boole como profesor de Matemáticas del Queen's College de Cork fue tornándose cada vez más infeliz. Las controversias políticas y religiosas se iban haciendo más frecuentes en dicho centro universitario, de la misma forma que aumentaban las disputas y el ambiente de tensión vivido entre el profesorado y el rector Robert Kane. El mismo Boole se consideraba a sí mismo como un inglés viviendo en una especie de exilio en Irlanda, algo que quedó reflejado en la correspondencia que en mayo de 1854 mantuvo con su gran amigo Augustus De Morgan:

> Mi querido amigo, me gustaría preguntarle si dispone de más información que la ya aparecida en los anuncios sobre las plazas de profesorado que recientemente han salido en Melbourne, en Inglaterra. Para hablarle con franqueza, mis ingresos del Queen's College aquí en Irlanda apenas superan las trescientas libras anuales, y como aún tengo a mi madre y a una hermana que dependen enteramente de mí en Inglaterra, no veo perspectivas de poder proveerles ni siquiera de una modesta pensión para su vejez. ¿Sabe si hay muchos solicitantes y si es probable que yo pudiera aspirar a alguna de estas plazas?

En 1855 decidió presentar su candidatura a las plazas de profesorado en la localidad inglesa de Melbourne, e incluso solicitó nuevas referencias y cartas de recomendación, como la que recibió

de John Lubbock, prestigioso científico a quien George Boole había conocido por sus investigaciones matemáticas en el campo de las probabilidades y sus aplicaciones al mundo de la banca, estrechamente relacionadas con su obra *Una investigación de las leyes del pensamiento*, que había publicado recientemente. Sin embargo, hacia finales de 1855, todos sus planes de obtener una nueva plaza de profesor en Melbourne se disiparon. George Boole había hecho una propuesta de matrimonio a una joven llamada Mary Everest, y esta había sido aceptada.

Mary Everest (1832-1916) era hija de un excéntrico sacerdote y sobrina del coronel George Everest (1790-1866), geógrafo galés responsable de completar la topografía de la India, y en cuyo honor fue bautizado en 1865 el famoso monte Everest. Casualmente, era también sobrina de un amigo y colega de George Boole en el Queen's College, John Ryall, su vicerrector y profesor de griego, que fue el responsable de presentarlos. Ya desde pequeña, Mary había demostrado tener aptitudes especiales para las matemáticas y, después de que George le diera clases particulares, llegaron a hacerse muy buenos amigos y establecieron una correspondencia muy fluida mediante la cual compartían tanto su pasión por la ciencia y las matemáticas como los sentimientos de soledad y depresión por los que Boole atravesaba en su vida diaria en el Queen's College.

A pesar de que había una diferencia de diecisiete años entre ellos, su relación alcanzó un punto crítico cuando en 1855 el padre de Mary falleció, dejándola económicamente desvalida. Fue entonces cuando George Boole le propuso matrimonio. Algunos amigos suyos trataron de disuadirla, tanto por la diferencia de edad como por el escaso sueldo que Boole recibía como profesor del Queen's College, e incluso por su carácter irritable y el continuo estrés al que se veía sometido en su trabajo, pues temían que acabaran dañando su salud mental.

A pesar de los obstáculos, George Boole y Mary Everest contrajeron matrimonio en la iglesia parroquial inglesa de Wickwar, localidad en la que vivía la familia de Mary, el 11 de septiembre de 1855. La ceremonia se realizó sin ningún tipo de ostentación y con muy pocos invitados, pues ambos contrayentes habían perdido

MARY EVEREST BOOLE Y EL ARTE DEL HILORAMA

Mary Everest nació en Wickwar, Inglaterra, en 1832. Durante su infancia en París realizó los primeros estudios de matemáticas con un tutor particular mediante un método basado en las enseñanzas del filósofo suizo Jean-Jacques Rousseau (1712-1778), que consistía en realizar preguntas a los alumnos y pedirles que las respondieran para analizar con ellos los interrogantes y sus respuestas. A los once años regresó a Inglaterra y, aunque allí no pudo continuar con su formación —en esa época ni las mujeres ni los judíos podían obtener títulos universitarios—, tuvo acceso a la biblioteca de su padre para seguir estudiando matemáticas. Por medio de su tío John Ryall, profesor de Lenguas Clásicas en el Queen's College de Cork, conoció, cuando tenía dieciocho años, a George Boole, quien se convertiría en su tutor. Cuando Boole escribía sobre matemáticas, Everest siempre revisaba sus escritos hasta que los consideraba suficientemente claros, al grado de que, en una ocasión, le hizo reescribir un manuscrito cinco veces. En 1855, se casaron, y en los años siguientes tuvieron cinco hijas.

Pasión por la pedagogía

Tras la prematura muerte de George Boole, Mary comenzó a trabajar como bibliotecaria en el Queen's College de Londres, uno de los primeros centros de educación superior destinados a mujeres en Gran Bretaña. Entonces pasó a interesarse por la ciencia de lo psíquico y del mundo espiritual y plasmó sus opiniones y experiencias en un libro titulado *El mensaje de la ciencia psíquica para madres y enfermeras*, objeto de controversias de todo tipo que le hicieron perder su trabajo. Sin embargo, gracias a dicho empleo, Everest fue consciente de su pasión por la enseñanza. Ella inventó la «curva puntada», conocida hoy en día como «geometría de la secuencia» o «arte del hilorama», una aportación al mundo de la didáctica de las matemáticas que tuvo un gran impacto tanto en Gran Bretaña como en Estados Unidos. Con ella, usaba todo tipo de recursos ingeniosos para enseñar las ideas fundamentales de las matemáticas: las niñas utilizaban agujas, hilos y cartulinas para construir curvas mediante largas puntadas. Los niños empleaban elásticos de sombreros y tablillas de cajas de puros para hacer figuras tridimensionales. Mary Everest Boole murió en 1916, a los ochenta y cuatro años.

recientemente a uno de sus parientes — en el caso de Boole, su madre había fallecido en agosto de 1854—. Incluso Augustus De Morgan, su amigo y confidente más fiel, no fue informado de que este se había casado, y tuvo conocimiento de la boda solo a través de terceras personas.

Pasaron la luna de miel en el valle de Wye, una bella región situada entre Inglaterra y Gales y, a su regreso, decidieron comenzar una vida juntos en Irlanda. En octubre de 1855, justo para el comienzo del nuevo curso académico, George y Mary Boole regresaron a Cork.

Los dos primeros años de matrimonio, Boole y Everest vivieron en una casa alquilada en una encantadora zona de la ciudad en la orilla norte del río Lee, a solo diez minutos a pie desde el Queen's College.

«Todas las matemáticas modernas superiores se basan en el cálculo de operaciones, en las leyes del pensamiento.»

— MARY EVEREST BOOLE, EN *LECTURAS SOBRE LA LÓGICA DE LA ARITMÉTICA*.

Fue un matrimonio muy feliz, pero la sobrecarga de trabajo a la que debía enfrentarse George Boole en el Queen's College continuaba, por lo que la primera preocupación de su mujer fue la salud de este, y en especial su sistema nervioso, que consideraba sensible en el más alto grado. Pocos meses después de contraer matrimonio, Boole se lastimó un ojo, lo que le produjo una oftalmía aguda y una dolorosa inflamación. Además, padecía de una enfermedad hereditaria de los pulmones que se veía agravada por el clima húmedo de Irlanda.

El 19 de junio de 1856 nació su primera hija, Mary Ellen, hecho que provocó que el matrimonio Boole tuviera que trasladarse a un lugar más espacioso y económico situado, esta vez, en Castle Road, a algunas millas del Queen's College, pero cerca de la estación de trenes de Blackrock, que le dejaba a muy poca distancia andando del mismo. En 1858, Mary Boole dio a luz a su segunda hija, Margaret, seguida, el 8 de junio de 1860, por la tercera, Alicia y, en agosto de 1862, por la cuarta, Lucy. En ese momento, la nueva casa de los Boole era completamente insuficiente para servir de residencia a una familia tan numerosa, por lo que decidieron trasladarse en 1863 a una casa rural en Ballintemple, una pequeña localidad situada a unas dos millas de distancia del Queen's College. En mayo de 1864, la quinta y última hija de los Boole, Ethel Lilian, nació allí. Por aquel entonces, los Boole tenían servidumbre y contaban con ayuda para llevar adelante su casa.

La mayor parte de las escenas familiares que el matrimonio vivió en aquella época aparecen documentadas en *El lado familiar de una mente científica*, el libro que Mary Everest escribiría varios años más tarde. En él relata anécdotas curiosas que retratan a George Boole como el prototipo perfecto del profesor excéntrico de matemáticas. En una ocasión cuenta que llegó al aula del Queen's College antes que sus alumnos y, al encontrársela todavía vacía, comenzó a resolver en la pizarra un complicado problema matemático. Cuando los estudiantes fueron llegando al aula, se sentaron en silencio esperando a que Boole comenzara su clase, no queriendo interrumpir el hilo de sus intrincados razonamientos. Tras una hora esperando sin que Boole se diera cuenta de su presencia, completamente abstraído en sus cálculos matemáticos en la pizarra, se levantaron y se marcharon en silencio para seguir con sus clases. Cuando George llegó a su casa esa tarde, le dijo a su esposa: «Querida, hoy me ha sucedido una cosa extraordinaria. Ninguno de mis alumnos ha asistido a mi clase».

Una de sus grandes aficiones era invitar a desconocidos a su casa para observar a través de su telescopio, hasta tal punto que su esposa ya estaba habituada a que viniera gente convidada por él sin habérselo comunicado antes. Muchos de los invitados eran individuos que se había encontrado en la estación de tren y que, tras mantener con ellos una conversación sobre óptica o astronomía, había pensado que quizá les gustaría echar un vistazo a través de su telescopio. Mary Everest cuenta que incluso en una ocasión llegó a casa con toda una banda de música que venía de tocar en Cork. Invitó a sus miembros a comer en el jardín y a mirar por el telescopio, además de prestarles libros sobre geometría y astronomía. Esto hizo que algunos amigos de Boole sospecharan que el

encuentro con los miembros de esta banda de música y con otros invitados, encubrían en realidad reuniones de índole política, algo que Mary trató siempre de desmentir. De hecho, no hay evidencia de que George Boole se implicara en ningún movimiento revolucionario ni político irlandés de la época.

El matrimonio Boole fue muy feliz en Ballintemple, y George Boole disfrutó tanto de la compañía de sus hijas como de la de otros niños pequeños, a los que contaba todo tipo de historias, componía pequeños poemas e, incluso, inventaba todo tipo de juegos con imágenes proyectadas mediante sombras en la pared. Aun así, siempre consideró la idea de regresar a Inglaterra como profesor de Matemáticas. Si bien Cambridge no le atraía —pues en su opinión la enseñanza de las matemáticas en aquella institución no era la más adecuada entonces y se había quedado un tanto atrasada en relación a la impartida en el resto del continente europeo—, sí consideró la posibilidad de desplazarse a Oxford.

En 1860, la Cátedra Saviliana de Geometría en la Universidad de Oxford había quedado vacante y George Boole fue mencionado como uno de los posibles candidatos para cubrir este puesto. Sin embargo, Oxford vivía también en aquel momento una fuerte controversia religiosa, algo que sin duda desmotivó a Boole a presentar su candidatura. Curiosamente, ante la insistencia de su esposa, al final sí la presentó, pero sin enviar ningún tipo de aval ni de documentación adjunta a su propuesta. Por supuesto, no ganó la plaza, que fue ocupada por un joven irlandés, Henry John Stephen Smith, quien hizo notables trabajos en teoría de números. Sin duda, el hecho de enviar tan solo su nombre y la candidatura y no adjuntar ningún tipo de documentación dio la impresión en Oxford de que no se estaba tomando en serio el proceso de selección.

De manera paralela a su vida familiar, realizó gran parte de su trabajo matemático en casa, siempre de noche y en la cama, cosa que le ayudaba a concentrarse mejor y a proteger su vista, que desde niño le había dado problemas. Incluso escribía con una máquina muy similar a las usadas por los ciegos. También tuvo tiempo para escribir poesía. Tras sus traducciones de los clásicos griegos en sus primeros años, su interés por escribir poemas volvió a despertarse al llegar a Irlanda, y allí continuó escribiendo hasta

1856, cuando su esposa decidió que debía dedicar su tiempo libre a otros asuntos que no sobrecargasen tanto su mente.

LOS ÚLTIMOS TRABAJOS MATEMÁTICOS DE BOOLE

Los años que van de 1854 a 1856 supusieron un importante cambio en la vida de George Boole. Tras la muerte de su madre, se había convertido en un hombre casado y en el cabeza de una familia cada vez más extensa. Además de impartir las numerosas clases de Matemáticas que tenía asignadas como profesor del Queen's College, debía hacerse cargo de sus cada vez mayores responsabilidades administrativas, siempre envueltas en continuas polémicas y discusiones religiosas y políticas. Sin embargo, aún conseguía encontrar tiempo para investigar en diversas áreas de las matemáticas.

«Donde prevalece la actitud competitiva, solo pueden enseñarse las matemáticas muertas: las vivas deben ser siempre una posesión común.»

— Mary Everest Boole, en *Recopilación de escritos de Mary Everest.*

Además de seguir trabajando y desarrollando sus ideas sobre la lógica, la probabilidad y la teoría de operadores expuestas en su obra maestra *Las leyes del pensamiento*, poco a poco fue volviendo a investigar algunas de las ideas y descubrimientos de sus primeros trabajos matemáticos relativos al cálculo diferencial. Fruto de ello surgieron dos libros de texto: *Tratado de ecuaciones diferenciales*, publicado en 1859, en el que desarrollaba un método general para la resolución y el estudio de distintos tipos de ecuaciones diferenciales, y *Tratado del cálculo de las diferencias finitas*, publicado en 1860 como un complemento del libro anterior, en el que incluía más de doscientos problemas con soluciones explicativas para abordar la resolución de ecuaciones en diferencias. Al tiempo que elaboraba ambos libros para un público más

generalista, producía mediante ellos nuevas y originales ideas en cada una de estas áreas de las matemáticas.

Entre las numerosas fuentes bibliográficas que George Boole manejó para la elaboración de estos dos volúmenes, se encontraban los trabajos de Lagrange, Jacobi, Cauchy, Hamilton e incluso Augustus De Morgan, y en cada capítulo incluyó su propia investigación sobre algunos de los temas, como la ecuación diferencial de Riccati, las ecuaciones en derivadas parciales, diversas aplicaciones en geometría y óptica, y el cálculo de variaciones, una de las áreas que consideraba de mayor interés para el estudio de sus alumnos, y en la que había realizado importantes contribuciones en sus primeros trabajos matemáticos. Para gran satisfacción de Boole, su *Tratado de ecuaciones diferenciales* se convirtió en libro de texto en la Universidad de Cambridge y se editó de forma ininterrumpida hasta 1923. Y, de hecho, en 2014 se publicó una nueva edición revisada. Resulta curioso ver cómo hoy en día las más modernas computadoras se basan precisamente en las ecuaciones en diferencias descritas en los trabajos de George Boole, quien de nuevo se anticipaba a las matemáticas que más adelante, en pleno siglo XX, serían necesarias.

Uno de los aspectos más curiosos —además de estar envuelto en un velo de misterio— de la vida de George Boole en esta época fue su relación con el matemático William Rowan Hamilton (1805-1865). Además de ser contemporáneos y de vivir en Irlanda, ambos mostraron intereses por las matemáticas con puntos en común: el estudio de las ecuaciones diferenciales, el cálculo diferencial e integral, el cálculo de variaciones, el cálculo de operadores, la óptica y la astronomía, o el álgebra abstracta. Sin embargo, evitaron tener contacto entre sí, a pesar de vivir a relativa poca distancia.

Había entre ellos diferencias significativas que quizás explicasen el hecho de que no tuvieran contacto, como por ejemplo las clases sociales a las que pertenecían. Hamilton, como profesor de astronomía en el Trinity College de Dublín, siempre había pertenecido a las clases más altas de la sociedad, siendo nombrado *sir* en 1835. En cambio, Boole vivía en la «atrasada y provinciana» localidad de Cork, a más de doscientos cincuenta kilómetros de

distancia de la capital. Además, sus orígenes en la pequeña localidad inglesa de Lincoln habían sido muy humildes, algo que sin duda terminó por condicionarle y dio lugar a que mantuviera durante toda su vida un cierto sentido de inferioridad por pertenecer a una baja clase social.

Según apunta Desmond MacHale en su biografía sobre Boole titulada *Vida y obra de George Boole, un preludio a la era digital*, una posibilidad que explicaría la falta de contacto entre Boole y Hamilton sería que el primero habría apoyado, al menos en teoría, a la Joven Irlanda, un movimiento político, cultural y social aparecido a mediados del siglo XIX cuyo propósito era renovar el nacionalismo irlandés y que llegó incluso a protagonizar una sublevación en 1848, finalmente suprimida por las fuerzas inglesas. Hamilton, por el contrario, era un firme partidario de la unión entre Inglaterra e Irlanda. Otra posibilidad apuntada por MacHale sería la rivalidad que siempre ha existido en Irlanda entre las ciudades de Dublín y Cork, y en concreto entre el Trinity College, establecido oficialmente como Universidad de Dublín, y los nuevos Queen's College de las ciudades de Belfast, Galway y Cork. A ello habría que sumarle la amistad de Hamilton con Robert Kane, con quien Boole había mantenido numerosos conflictos. Sin embargo, estas son solo suposiciones, pues se desconoce la causa real de la falta de contacto entre Boole y Hamilton.

Otra de las razones que alimentan el misterio se debe al hecho de que George Boole nunca fuera elegido miembro de la prestigiosa Royal Irish Academy (RIA), una de las instituciones culturales más importantes del país, fundada en 1785 y constituida por artistas, científicos y escritores. Entre sus miembros se encontraban prácticamente todos los hombres de ciencia en Irlanda, con la excepción de Boole, cuando él mismo era miembro de la Royal Society de Londres, su equivalente británica, que incluso le había concedido su Royal Medal en 1844. Además, Boole era miembro honorario de la Sociedad Filosófica de Cambridge, había ganado el premio Keith de la Royal Society de Edimburgo, y había merecido doctorados *honoris causa* por las universidades de Dublín y Oxford. La incorporación a la RIA se realizaba por elección, usualmente después de que el miembro propuesto hubiera presentado

un trabajo científico o académico notable, algo que en el caso de George Boole debería haber sido un simple trámite.

Una primera explicación para que Boole no recibiera el honor de pertenecer a la RIA podría haber sido precisamente por la influencia del propio Hamilton, quien fue su presidente entre 1837 y 1846.

Otra posibilidad es que el mismo Boole no consintiera que su nombre participara en el proceso de elección por algún tipo de antipatía desconocida hacia la RIA o hacia el propio Hamilton. Sea como fuere, resulta bastante extraño, y más teniendo en cuenta que al menos cuatro de los artículos publicados por George Boole lo fueron precisamente por la RIA.

Quizá resulte algo más esclarecedora la escasa correspondencia entre Boole y Hamilton que se conserva. La primera carta que parece haber sido escrita por Boole está fechada en 1843, momento en el que le pide a Hamilton su opinión sobre uno de sus trabajos tempranos. Quizás a raíz de esta primera carta, Boole volvió a enviarle en 1847 un primer borrador de su trabajo *Análisis matemático de la lógica*. Sin embargo, a pesar de la admiración y el respeto de Boole hacia Hamilton, no parecía que este tomara muy en serio los primeros trabajos de aquel en el campo de la lógica. De hecho, no hay constancia de que Hamilton hubiera realizado contribución alguna a las ideas expuestas por Boole. Por el contrario, este último publicó en 1848 un breve trabajo titulado *Notas sobre los cuaterniones*, en el que realizaba una aportación al tema de los cuaterniones como una extensión de los bien estudiados números reales, análoga a la ya realizada para los números complejos, que había creado Hamilton en 1843. En aquella época, Hamilton tenía conocimiento de todo lo que se publicaba sobre los cuaterniones, por lo que resulta imposible que no tuviera constancia del trabajo de Boole, quien en él exhibía un profundo conocimiento de los mismos y de sus aplicaciones. No obstante, el único comentario que realizó fue en el prefacio de su libro *Conferencias sobre cuaterniones* publicado en 1853, en el que mencionaba por primera vez a George Boole como uno de los científicos contemporáneos de las Gran Bretaña que se había interesado por su trabajo.

HAMILTON Y EL ÁLGEBRA DE LOS CUATERNIONES

Uno de los matemáticos contemporáneos a George Boole más influyentes del siglo XIX fue William Rowan Hamilton (1805-1865), profesor de Astronomía en el Trinity College de Dublín. Uno y otros tuvieron muchos puntos en común, al margen de su dedicación a las matemáticas, como el interés por la óptica, la astronomía e incluso por la poesía, pero mientras que la vida matrimonial de George Boole fue muy feliz, Hamilton no tuvo tanta suerte: se casó con Catherine Disney, quien abandonaba el hogar con frecuencia para pasar largas temporadas con su familia, hecho que llevó a Hamilton a tener problemas con el alcohol.

Una gran aportación

Pese a sus dificultades personales, Hamilton realizó, en la última parte de su vida, uno de los descubrimientos matemáticos más importantes: los cuaterniones. En matemáticas, los números complejos surgieron para resolver problemas a los que los números reales no ofrecían solución. Por ejemplo, no existe un número real x tal que $x^2 + 1 = 0$. Para resolver este inconveniente, los matemáticos del siglo XVI sintieron la necesidad de imaginar un nuevo número, al que llamaron $i = \sqrt{-1}$. La convivencia con este número imaginario fue confusa y misteriosa hasta que en 1843, el matemático alemán Carl Friedrich Gauss definió un número complejo como la expresión $a + bi$, siendo a y b números reales. Gracias a ello, un número complejo podía ser representado en el plano mediante un vector. Hamilton se sintió cautivado por esta idea de considerar los números complejos como vectores del plano y, de manera natural, se planteó la idea de generalizar los números complejos con el fin de representar vectores en el espacio tridimensional, para así poder formular las leyes básicas de la física y describir el movimiento los cuerpos rígidos en el espacio. Durante varios años Hamilton fue incapaz de avanzar en este problema, hasta que el 16 de octubre de 1843, mientras paseaba con su mujer por el puente de Broughman hacia Dublín, tuvo una revelación al darse cuenta de que sus dificultades podían superarse si consideraba términos $a + bi + cj + dk$, donde a, b, c y d eran números reales, e i, j y k satisfacían la relación $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$. Hamilton otorgó a estas expresiones matemáticas el nombre de «cuaterniones» o «números hipercomplejos».

Animado quizá por esta pequeña referencia, que por lo menos le indicaba que ahora Hamilton sí sabía de su existencia, en 1854 Boole le envió un ejemplar de su obra magna *Las leyes del pensamiento*. Sin embargo, nunca recibió una carta de respuesta. Un año después, ya casado con Mary Everest y necesitado de ingresos con los que complementar su exiguo sueldo de profesor, Boole decidió solicitar un puesto de examinador para la India Británica. Con este propósito, escribió de nuevo a Hamilton, esta vez solicitándole una carta de recomendación. En un nuevo desplante, Hamilton le contestó de forma displicente y altiva, dándole unas referencias tan vagas hacia su trabajo que no podían ser tenidas en cuenta como recomendación. Con esto daba a entender el escaso interés y conocimiento que tenía por el trabajo de Boole, algo que sin duda hirió a este profundamente. Sin embargo, en lugar de dejar pasar el asunto, Boole volvió a escribirle, lo que quizás empeoró la situación. Por supuesto, Hamilton no respondió jamás y Boole no obtuvo su carta de referencia, lo que impidió que al final consiguiera el puesto de examinador. Este fue el último contacto que ambos matemáticos mantuvieron en vida. Cuando George Boole murió, y gracias a la intervención de Augustus De Morgan, Hamilton se sintió quizás un tanto culpable y envió un cheque a su viuda, en un primer momento sin fondos.

ECUACIONES EN DIFERENCIAS

En 1860 George Boole publicó el primer texto en inglés que trataba exhaustivamente el tema de las ecuaciones en diferencias, titulado *Tratado sobre el cálculo de diferencias finitas*, que se convertiría en un libro de texto utilizado en Gran Bretaña hasta finales del siglo XIX. Las ecuaciones en diferencias surgen como modelo matemático de ciertos fenómenos que evolucionan en el tiempo y en los que se mide su estado en intervalos temporales regulares, como, por ejemplo, cuando se observa un fenómeno biológico, cuando se mide cómo evoluciona el número de individuos o el índice de crecimiento de una cierta población a lo largo del tiempo, o cuando se estudia la evolución temporal de variables económicas como el tipo de interés, la tasa de desempleo o la inflación. En todos estos casos, las leyes matemáticas que gobiernan el comportamiento de estas variables se representan mediante ecuaciones a las que se denomina «ecuaciones en diferencias» o «relaciones de recurrencia».

Para ver qué aspecto tienen estas ecuaciones matemáticas, se puede considerar un ejemplo concreto manejado con bastante frecuencia por los economistas. Si se observa cómo evoluciona un fondo de inversión, uno puede darse cuenta de que los intereses se abonan al final del mes. De esta forma, el capital del que se dispone no va aumentando continuamente, sino que lo hace de forma mensual. Por esta razón, la evolución del capital vendrá representada mediante una sucesión de números

$$x_0, x_1, \ldots, x_k, \ldots$$

en la que el paso de un estado x_k a su siguiente x_{k+1} vendrá determinado por el tipo de interés que se haya aplicado. Por ejemplo, si el tipo de interés es fijo y se considera mensual y calculado en tanto por uno, se obtendrá la siguiente relación matemática que permite modelizar la evolución del capital que se haya depositado inicialmente:

$$x_{k+1} = (1+i)x_k.$$

Esta relación matemática es una ecuación en diferencias. Supóngase que se dispone de un depósito inicial de x_0 euros. Entonces el capital del que se dispondrá en el fondo de inversiones al final de los sucesivos meses será el siguiente:

$$x_1 = (1+i)x_0,$$
$$x_2 = (1+i)x_1 = (1+i)^2 x_0,$$
$$x_3 = (1+i)x_2 = (1+i)^2 x_1 = (1+i)^3 x_0.$$

Así, tras k meses se dispondrá del siguiente capital

$$x_k = (1+i)x_{k-1} = (1+i)^2 x_{k-2} = \cdots = (1+i)^k x_0,$$

que proporciona la solución de la ecuación en diferencias de partida:

$$x_k = (1+i)^k x_0.$$

Veamos otro ejemplo, esta vez sobre la forma en la que evoluciona una población de individuos de una cierta especie biológica, como plantas, animales o seres humanos. Se supone que x_0, $x_1, \ldots, x_k, \ldots$ representa la cantidad de individuos de la población en diferentes instantes de tiempo $t_0, t_1, \ldots, t_k, \ldots$. La tasa de crecimiento de la población correspondiente al período de tiempo $\Delta t_k = t_{k+1} - t_k$ vendrá dada por el siguiente cociente, el cual representa la variación neta de la población $\Delta x_k = x_{k+1} - x_k$ en ese período de tiempo Δt_k, dividida por la población x_k al comienzo de ese mismo período:

$$r = \frac{\Delta x_k}{x_k} = \frac{x_{k+1} - x_k}{x_k}.$$

Por sencillez, se puede considerar que la tasa de crecimiento r es constante, lo que da lugar a la siguiente ecuación en diferencias:

$$x_{k+1} = (1+r)x_k.$$

Razonando como en el ejemplo anterior, se pueden obtener sus soluciones procediendo por iteración a partir del valor inicial x_0 de la población que se está considerando:

$$x_1 = (1+r)x_0,$$
$$x_2 = (1+r)x_1 = (1+r)^2 x_0,$$
$$x_3 = (1+r)x_2 = (1+r)^3 x_0,$$
$$\cdots$$
$$x_k = (1+r)x_{k-1} = (1+r)^k x_0.$$

Por tanto, a partir de una población inicial $x_0 > 0$ de individuos, esta evolucionará de acuerdo a la fórmula matemática

$$x_k = (1+r)^k x_0.$$

Ahora ya, a partir de esta fórmula matemática es posible interpretar el resultado que se ha obtenido:

— Si $r > 0$, es decir, la natalidad de la población está por encima de su mortalidad, entonces la población crecerá en cada período de tiempo $x_{k+1} > x_k$, y además se verificará que para cualquier $x_0 > 0$

$$\lim_{k\to\infty} x_k = \infty$$

lo que da lugar a un crecimiento ilimitado.

— Si $r = 0$ entonces es fácil ver que se cumple que $x_k = x_0$ para todo k, con lo cual la población permanecerá estable.

— Si $-1 < r < 0$, que son los valores de negativos de r para los que x no se hace negativo y, por tanto, su valor puede tener sentido en el contexto concreto de un problema de poblaciones, entonces la población irá decreciendo en cada período de tiempo y se tendrá que

$$\lim_{k\to\infty} x_k = 0$$

lo que da lugar a que la población se extinga a largo plazo.

ECUACIONES DIFERENCIALES

En 1859, un año antes de la publicación de su *Tratado sobre el cálculo de diferencias finitas*, George Boole había publicado un primer libro titulado *Tratado de las ecuaciones diferenciales*, en el que incluía varios de los resultados originales sobre la teoría de

las ecuaciones diferenciales que había comenzado a presentar desde 1840 en revistas especializadas de matemáticas. Durante los últimos años de su vida, Boole extendió sus investigaciones en esta área con el fin de publicar una segunda edición más completa del libro. Por desgracia, no pudo finalizar esta obra y, aunque tras su muerte, su editor Isaac Todhunter trató de compilar todos sus manuscritos en una segunda edición de su tratado original, los encontró tan incompletos que al final solo pudieron imprimirse en 1865 como un volumen complementario.

La teoría de las ecuaciones diferenciales comenzó su desarrollo a finales del siglo XVII en estrecho vínculo con el cálculo diferencial e integral, con el fin de dar respuesta a diversos problemas de la física, como lo son la cuestión de la forma que tiene la Tierra, la ley de la atracción gravitatoria, el movimiento de un péndulo o en diversas aplicaciones a la construcción de edificios. Si bien las ecuaciones diferenciales son mucho más conocidas que las ecuaciones en diferencias, las teorías matemáticas de ambas se desarrollaron de forma paralela. Así, mientras que las ecuaciones en diferencias evolucionan matemáticamente en un número finito de pasos, las ecuaciones diferenciales lo hacen en un número infinito de pasos infinitesimales. Esto las convierte en candidatas perfectas para modelar el comportamiento matemático de un sistema continuo, dejando a las ecuaciones en diferencias como modelo matemático de sistemas discretos.

«La ciencia es una ecuación diferencial. La religión es una condición de frontera.»

— ALAN MATHISON TURING, CARTA AL MATEMÁTICO BRITÁNICO ROBIN GANDY.

Para ilustrar un ejemplo concreto de ecuación diferencial, si se representa ahora mediante $x(t)$ la población existente en un instante de tiempo se puede considerar la variación de su número de individuos $\Delta x = x(t+\Delta t) - x(t)$ que se produce en el intervalo de tiempo Δt. La tasa de crecimiento se define entonces como la diferencia Δx entre la tasa de natalidad —el número de nacimientos habidos en ese intervalo de tiempo— y la tasa de mortalidad

—el número de fallecimientos que ha habido en ese mismo intervalo de tiempo—, dividida por la población $x(t)$ que se tenía al comienzo del intervalo de tiempo Δt. La tasa de crecimiento media relativa a ese período de tiempo Δt vendrá dada entonces por el siguiente cociente:

$$\frac{\frac{\Delta x}{\Delta t}}{x(t).}$$

De manera similar a como se procede en la física, donde la velocidad en un instante de tiempo t se determina mediante el límite de la velocidad media en intervalos de tiempo Δt que convergen a cero, se puede hacer que $\Delta t \to 0$. Este «paso al límite» define la derivada de la función $x(t)$:

$$x'(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}.$$

Si se hace esta operación de paso al límite, se obtiene

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\frac{\Delta x}{\Delta t}}{x(t)} = \frac{\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}}{x(t)} = \frac{x'(t)}{x(t)}.$$

La expresión que se ha obtenido sería el análogo en el caso continuo de la expresión que se ha obtenido en la sección anterior para el caso discreto

$$\frac{x_{k+1} - x_k}{x_k},$$

donde x_k representaba la población en el año k-ésimo. Si se supone, por simplicidad, una tasa de crecimiento constante a, se obtiene

$$\frac{x'(t)}{x(t)} = a.$$

Con lo cual, se tiene la ecuación matemática:

$$x'(t) = ax(t), a \in \mathbb{R},$$

donde la incógnita que se ha de averiguar es ahora una función $x(t)$ que representa la cantidad de individuos de la población en cada instante de tiempo t y $x'(t)$ es su derivada. A este tipo de ecuaciones matemáticas en las que se relaciona una función con sus derivadas se las denomina «ecuaciones diferenciales».

Las soluciones de esta ecuación diferencial son funciones de la forma:

$$x(t) = Ce^{at}, C \in \mathbb{R}$$

con C una constante real arbitraria. En efecto:

$$x'(t) = \left(Ce^{at}\right)'(t) = Cae^{at} = ax(t), \text{ para todo } t \in \mathbb{R}.$$

Si particularizamos ahora el valor inicial que debe tener la función $x(t)$ en un instante inicial de tiempo $t = t_0$ concreto, es decir, el valor de la función

$$x(t_0) = x_0, x_0 \in \mathbb{R},$$

entonces podemos averiguar el valor de la constante C que determina una solución concreta de la ecuación diferencial

$$x(t_0) = Ce^{at_0} = x_0.$$

Despejando la constante C:

$$C = \frac{x_0}{e^{at_0}}.$$

y sustituyendo en la solución general:

$$x(t) = Ce^{at} = \frac{x_0}{e^{at_0}}e^{at} = e^{at-at_0}x_0 = e^{a(t-t_0)}x_0$$

se obtiene la solución concreta de la ecuación diferencial

FOTO SUPERIOR:
La familia de George Boole. De izquierda a derecha y de arriba abajo: Margaret Taylor, Ethel Lilian Boole, Alicia Boole Stott, Lucy Everest Boole, Mary Ellen Hinton, Julian Taylor, Mary Stott, Mary Everest Boole, George Hinton, Geoffrey Ingram Taylor, Leonard Stott.

FOTO INFERIOR IZQUIERDA:
Ethel Lilian Boole.

FOTO INFERIOR DERECHA
El físico y matemático Geoffrey Ingram Taylor, nieto de George Boole.

$$x(t) = e^{a(t-t_0)}x_0.$$

Se observa entonces que, cuando $a > 0$, la población sigue un modelo de crecimiento exponencial y, en particular, se tiene que:

$$\lim_{t\to\infty} x(t) = \infty.$$

Aunque evidentemente una población no puede crecer sin límite, y sería necesario establecer modelos que fuesen más realistas si se tratase, por ejemplo, del estudio de una población humana, este modelo exponencial se ha demostrado que es válido en poblaciones que sí sean suficientemente pequeñas y en las que no haya limitaciones de espacio o alimento. Este crecimiento exponencial aparece también en situaciones de lo más diverso, como serían el caso del interés compuesto o el proceso de desintegración de una sustancia radiactiva.

LA CURIOSA FAMILIA MATEMÁTICA DE BOOLE

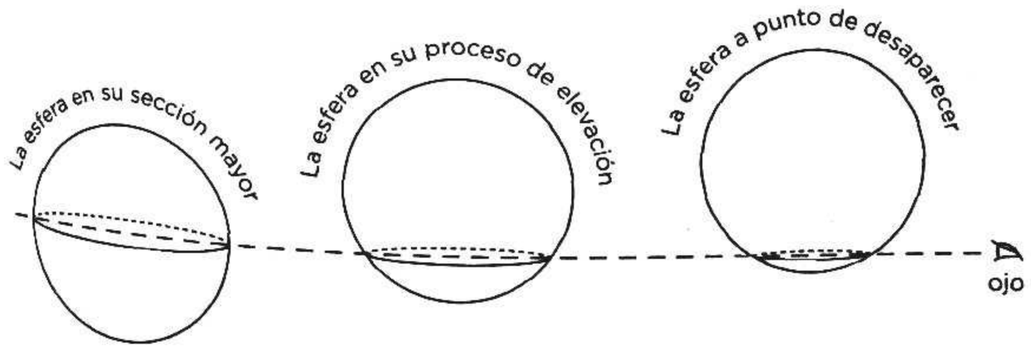
Tras la muerte de Boole, su viuda vivió en Londres y falleció a los ochenta y cuatro años, justo cuando se dejaba sentir la Primera Guerra Mundial. En *El lado familiar de una mente científica*, además de escribir anécdotas sobre su matrimonio con George Boole, intentó interpretar —para algunos con desacierto— el trabajo matemático de este en términos de las diferentes creencias místicas con las que estuvo relacionada a lo largo de su vida:

> La ecuación $0 = x \cdot (1 - x)$, o cero igual a cualquier cosa fusionada con su polo opuesto, podría llamarse la ecuación del Nirvana, en oposición a cero igual en la especialización, en la idiosincrasia, en los «equivocados», que es la ecuación de la muerte.

Mary Everest se vio incluso obligada a vender la preciada Royal Medal que la Royal Society de Londres había concedido a su marido en 1844, y se quedó tan solo con una réplica.

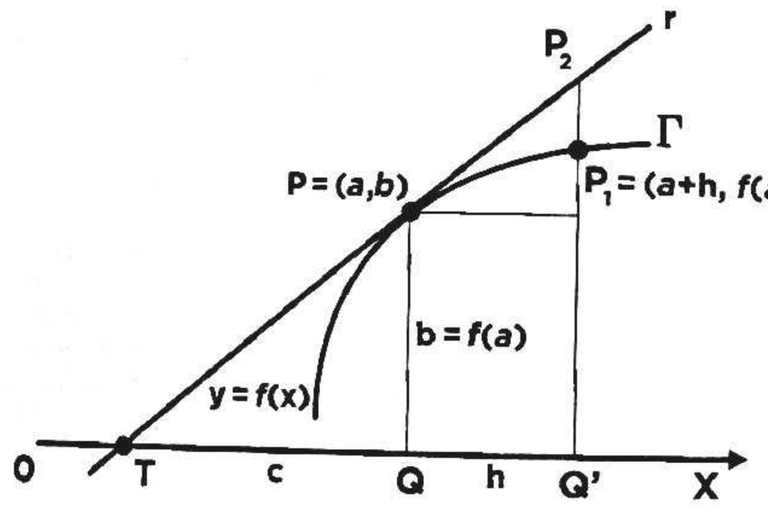
PLANILANDIA, UNA AVENTURA EN VARIAS DIMENSIONES

La tercera hija de George Boole y Mary Everest, Alicia Boole Stott (1860-1940), poseía unas dotes extraordinarias para visualizar objetos en cuatro dimensiones. Aunque hoy en día los conceptos de cuarta dimensión y espacio-tiempo son conocidos gracias a la famosa teoría de la relatividad de Albert Einstein, a finales del siglo XIX solo eran conocidas las teorías de Newton, por lo que los mundos de más de tres dimensiones se reservaban a los matemáticos y a algunos físicos. Sin embargo, en 1884 se publicó una novela que permitía realizar un acercamiento fácil al concepto de varias dimensiones titulada *Planilandia, una novela en muchas dimensiones*. Su autor, el profesor y sacerdote inglés Edwin Abbott Abbott (1838-1926), nos cuenta una aventura matemática que transcurre en un mundo de dos dimensiones en el que sus habitantes son figuras geométricas planas con una férrea estructura social: las mujeres son líneas rectas, los triángulos isósceles son la clase social más baja, los triángulos equiláteros constituyen la clase media, los cuadrados y pentágonos forman la clase media/alta —médicos, abogados, etc.—, los polígonos de más lados constituyen la nobleza, y finalmente, los círculos —en realidad polígonos con un número muy elevado de lados muy pequeños— son la clase más alta de todas, la clase sacerdotal. La historia es narrada por uno de sus habitantes, un cuadrado que, tras visitar en sueños los mundos de cero —Puntilandia— y una dimensiones —Linealandia—, recibe la visita de un círculo perfecto que dice venir del mundo verdadero formado por tres dimensiones —Espaciolandia—, y que se considera a sí mismo una esfera tridimensional. Su misión es la de predicar en Planilandia el evangelio de las tres dimensiones. Gracias a las conversaciones del cuadrado con la esfera, el lector de *Planilandia* comprende la estrechez de miras del cuadrado al haber considerado solo un mundo en dos dimensiones, y se plantea entonces cómo sería la visita de seres de la cuarta dimensión si visitaran nuestro mundo de tres dimensiones. Hoy en día, *Planilandia* se usa para enseñar geometría en los colegios. En 2007 se filmaron la película *Flatland* y el cortometraje *Flatland: the movie*, ambos basados en la novela de Edwin A. Abbott.



EL NACIMIENTO DEL CÁLCULO DIFERENCIAL

Los orígenes del cálculo diferencial se sitúan en la época de los matemáticos griegos, quienes se centraron en el estudio de problemas de la geometría referentes a la determinación de tangentes a una curva dada y al cálculo de áreas y volúmenes. De esta época destacan especialmente los avances realizados por Arquímedes (ca. 287 a.C.-ca. 212 a.C.), como el cálculo del área del segmento de una parábola, el cálculo del centro de gravedad de un triángulo o la subdivisión de curvas en segmentos infinitamente pequeños. En el siglo XVII, los problemas de diferenciación aparecieron bajo tres aspectos: el cálculo de la velocidad de un móvil, el trazado de tangentes de curvas, y la determinación de los puntos máximos y mínimos de funciones. Varios matemáticos



de principios de dicho siglo lograron grandes avances en el cálculo diferencial. Por ejemplo, Galileo (1564-1642) estudió las relaciones existentes entre las fórmulas de la caída de los cuerpos, Cavalieri (1598-1647) se dedicó al cálculo de volúmenes, y Pierre de Fermat (1601-1665) estudió la determinación de los puntos máximos y mínimos de funciones como aquellos puntos cuya tangente es horizontal. El problema, tal como lo argumentó Fermat, se ilustra en la figura. Si $P = (a, b)$ es un punto de la curva Γ de ecuación $y = f(x)$ y T es el punto en que corta al eje OX la recta tangente r a la curva Γ en P, se considera el punto Q en que se cortan OX y la perpendicular a OX por P, formándose así un triángulo rectángulo $\Delta_1 = TPQ$. Si h es pequeño, el error que se comete al suponer que $P_1 = (a+h, f(a+h))$ pertenece a la tangente, es decir, coincide con el punto P_2 de la figura, es también pequeño, y en tal caso, como el triángulo TP_2Q' es semejante a Δ_1, denotando $c = TQ$, la pendiente m de r es

$$m = \frac{b}{c} = \frac{PQ}{TQ} = \frac{P_2Q'}{TQ'} = \frac{P_1Q'}{TQ'} = \frac{f(a+h)}{c+h} = \frac{f(a+h)-b}{h} = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}.$$

Así, en el límite, cuando h se hace cada vez más y más pequeño hasta ser prácticamente 0, situación que se representa en matemáticas con el operador $\lim_{h\to 0}$, Fermat propone definir como pendiente de una recta tangente a la curva de ecuación $y = f(x)$ lo que hoy llamamos la derivada de la función f en a:

$$f'(a) = \lim_{h\to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}.$$

Everest llegó a comercializar las llamadas «cartas de Boole», una serie de plantillas mediante las cuales, utilizando hilos que se enrollaban alrededor de unas agujas clavadas en las plantillas, podía ilustrar muchos conceptos geométricos básicos como líneas, ángulos y polígonos. Es muy probable que estas plantillas fueran inventadas por el propio George Boole para divertir y entretener a sus cinco hijas.

Cabe señalar que las hijas de Boole heredaron el genio intelectual de su padre y todas ellas tuvieron vidas muy interesantes, algunas relacionadas con las matemáticas.

La hija mayor del matrimonio de George Boole y Mary Everest, Mary Ellen Boole (1856-1908), se casó con Charles Howard Hinton (1853-1907), recordado hoy en día por ser el autor de un gran número de extraordinarios libros matemáticos, entre los que se incluyen *Un episodio de Planilandia y la cuarta dimensión*. Hinton estaba fascinado por la posibilidad de describir mundos de cuatro dimensiones y desarrolló un método geométrico para visualizar modelos de sólidos en cuatro dimensiones mediante el uso de varios cortes transversales representados en la forma de cubos tridimensionales. Usando pequeños cubos de colores, conseguía

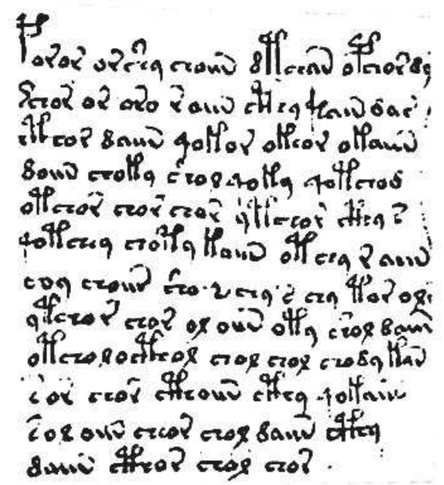
visualizar objetos de la cuarta dimensión, de la misma forma que es posible visualizar un objeto de nuestro mundo de tres dimensiones mediante diversas secciones planas. Todas estas ideas geométricas intuitivas, previas a las teorías de Albert Einstein, fueron desarrolladas de manera formal en los trabajos sobre geometría no euclídea de Nikolái Lobachevsky, János Bolyai y Carl Friedrich Gauss, que permitieron considerar el espacio cuatridimensional como una entidad matemática digna de estudio.

Otra de las aportaciones de Hinton, esta vez sobre los trabajos lógicos desarrollados por George Boole, fue la original idea de aplicar las cuatro dimensiones al estudio y análisis de los silogismos, los mismos razonamientos deductivos que Boole había tratado por primera vez desde Aristóteles mediante procedimientos puramente matemáticos.

La segunda hija del matrimonio Boole, Margaret Taylor Boole (1858-1935), se casó con Edward Ingram Taylor, un reconocido artista de la época. Su hijo, Geoffrey Ingram Taylor (1886-1975), llegó a convertirse en uno de los físicos matemáticos más relevantes del siglo XX. Formado en la Universidad de Cambridge, un privilegio que a su abuelo George Boole le hubiera gustado disfrutar, realizó importantes contribuciones en áreas tan variadas como las ondas de choque, la meteorología dinámica, el flujo supersónico, la hidrodinámica teórica, la dinámica aeronáutica, la ubicación de icebergs y la deformación de materiales cristalinos. Durante 1944 y 1945 asistió en Los Álamos, Nuevo México, a las primeras pruebas realizadas con bombas atómicas, donde actuó como consultor de los efectos de la explosión de la bomba y sobre otros muchos aspectos técnicos relacionados con esta nueva forma de arma mortal. Curiosamente, en 1933 recibió la Royal Medal de la Royal Society de Londres, casi un siglo después de que también se le concediera en matemáticas a su abuelo.

La tercera hija de George Boole, Alicia Boole Stott (1860-1940), es quizá la que heredó más directamente el talento matemático de su padre. Cuando Hinton le enseñó el manejo de sus cubos de colores, quedó fascinada y comenzó a experimentar por su cuenta, creando nuevas figuras, y llegando a desarrollar toda una geometría de cuatro dimensiones. En concreto, estaba particular-

EL SANTO GRIAL DE LA CRIPTOGRAFÍA



El Manuscrito Voynich es conocido hoy en día por ser el libro más misterioso del mundo. Doscientas cuarenta páginas escritas en un alfabeto desconocido junto a numerosas ilustraciones no menos extrañas de plantas raras, símbolos curiosos y diagramas inexplicables. A lo largo de su existencia, el manuscrito ha sido estudiado por numerosos criptógrafos, incluyendo especialistas en descifrado de códigos de la Segunda Guerra Mundial. Sin embargo, ninguno ha conseguido descifrarlo a día de hoy, lo que ha hecho que el manuscrito sea una especie de Santo Grial de la criptografía.

El libro fue descubierto en 1912 por el anticuario de libros de origen polaco Wilfrid Michael Voynich (1865-1930), marido de la hija más joven de George Boole, quien intentó descifrarlo durante el resto de su vida, aunque sin éxito. Tras su muerte, el libro terminó en la Biblioteca Beinecke de Libros Raros y Manuscritos en la Universidad de Yale. Aunque algunos estudiosos afirman que el Manuscrito Voynich es realmente un complicado engaño realizado en un lenguaje inventado, quizá por el propio Voynich, las matemáticas han conseguido probar que el texto ha sido escrito en un lenguaje real, y que este lenguaje estaría fundamentado en alguna lengua natural, a diferencia de otros lenguajes artificiales como el lenguaje élfico creado por J. R. R. Tolkien para *El señor de los anillos* o el idioma Klingon para la serie *Star Trek*. En concreto, se ha demostrado estadísticamente que el Manuscrito Voynich cumpliría la llamada Ley de Zipf, que afirma que en cualquier lengua conocida la longitud de sus palabras es inversamente proporcional a la frecuencia con que aparecen en el texto, es decir, que cuantas más veces se usa una determinada palabra en un idioma, menor longitud tiene esa palabra.

mente interesada en la obtención de sólidos regulares convexos, a los que denominó «politopos» y con los que generalizaba a cuatro dimensiones un polígono bidimensional o un poliedro tridimensional. A finales del siglo XIX, se interesó por el trabajo del profesor de la Universidad de Groninga en los Países Bajos, Pieter Schoute, quien había resuelto el mismo problema que ella, pero con méto-

dos puramente analíticos. Schoute y Alicia comenzaron a trabajar juntos, ella aportando su excepcional poder de visualización geométrica en cuatro dimensiones, y él complementándolo mediante una aproximación analítica. Sus trabajos se publicaron entre 1900 y 1910, y la Universidad de Groninga concedió a Alicia Boole un doctorado *honoris causa* en 1914.

La cuarta hija de los Boole fue Lucy Everest Boole (1862-1905), que vivió toda su vida con su madre en Londres y no llegó a casarse. Estudió Química y llegó a ser la primera profesora de esta materia en el Royal Free Hospital de Londres.

Ahora bien, sin duda, fue la quinta y última hija de George Boole, Ethel Lilian Boole (1846-1960), más conocida como Ethel Lilian Voynich, la que alcanzó mayor fama. Lily, como también se la conocía, llegó a relacionarse con los revolucionarios rusos que habían emigrado a finales del siglo XIX hasta Londres. En 1890, conoció a Wilfrid Voynich, un revolucionario de origen polaco pero residente en Lituania, territorio que en aquel momento formaba parte del Imperio Ruso, donde había sido detenido y deportado a Siberia por estar vinculado a actividades consideradas subversivas. Posteriormente, escapó de Rusia y viajó a Londres, donde entró en contacto con Lily, con quien se casó en 1902.

Lily se hizo posteriormente muy famosa como autora de *El tábano*, novela que llegó a convertirse en una obra de obligada lectura para todos los estudiantes de la Unión Soviética. Bertrand Russell, quien había dicho de la obra de George Boole que era «el trabajo en el cual la matemática pura fue descubierta», llegó a afirmar de *El tábano* que era «una de las novelas más emocionantes que había leído en lengua inglesa».

CAPÍTULO 5

Pioneros de la era digital

George Boole falleció en 1864, debido a una neumonía que contrajo tras caminar varios kilómetros para acudir a sus clases bajo una húmeda y fría tormenta otoñal. Murió a los cuarenta y nueve años sin imaginar que su obra daría un paso fundamental gracias al ingeniero eléctrico y matemático estadounidense Claude Shannon, quien encontraría en 1938 una aplicación práctica del álgebra de la lógica de George Boole en el diseño de los circuitos utilizados en los primeros computadores digitales.

La noche del 15 de mayo de 1862 se produjo un hecho de vital trascendencia en la corta historia del Queen's College de Cork que irremediablemente terminaría afectando a George Boole. Un incendio arrasó completamente el ala oeste de su edificio principal y destruyó el aula donde Boole impartía sus clases de Matemáticas, así como su despacho y todo lo que contenía. El fuego se inició simultáneamente en varios lugares, lo que hizo sospechar que había sido intencionado, hecho que se confirmó al descubrirse algunos montones de cerrillas apilados bajo una de las puertas que habían escapado de las llamas. A pesar de la investigación llevada a cabo, el verdadero culpable nunca fue descubierto, aunque las sospechas oficiales terminaron recayendo sobre uno de los porteros que había trabajado en el Queen's College y que fue despedido. Al parecer, habría actuado en un acto de venganza contra las autoridades que habían tomado tal decisión.

No obstante, pronto empezaron a circular en Cork al menos dos teorías para tratar de explicar el terrible suceso. La primera hacía referencia al caso de Richard Burke, secretario de un asilo de pobres en el condado irlandés de Waterfork que mantenía una relación con una enfermera también trabajadora en esa misma institución. Algún tiempo después, su esposa falleció y no se sospechó nada de su infidelidad hasta que una noche su hermana se despertó agitadamente presa de una pesadilla gritando que había

sido Burke quien había envenado a su esposa. Su insistencia fue tal que consiguió que las autoridades mandaran exhumar el cadáver y, para determinar la causa exacta de la muerte, los órganos fueron enviados al doctor John Blyth, profesor de Química en el Queen's College, cuyo laboratorio estaba situado precisamente en el ala oeste.

Tras la investigación forense, Blyth dictaminó que la causa de la muerte había sido una fuerte intoxicación por estricnina, un veneno tóxico muy peligroso utilizado durante mucho tiempo para combatir las ratas. Burke fue arrestado de inmediato y, tras ser juzgado, fue declarado culpable y ejecutado en julio de 1862. Aunque se sugirió que quizás algún amigo o confidente de Burke había sido el que había prendido fuego al Queen's College para destruir las pruebas que le culpabilizaban, lo cierto es que Blyth concluyó su examen y su informe oficial el 3 de mayo de 1862, y el 13 de mayo el sospechoso fue arrestado, exactamente dos días antes de que se produjera el incendio.

La otra teoría sobre las causas que originaron el incendio al final resultó no estar justificada, pero terminó ocasionando muchos problemas a la reputación del Queen's College. En este caso afectaba al profesor de Cirugía, el doctor Denis Bullen, quien junto al rector Robert Kane, había sido uno de los dos únicos profesores católicos a los que el primer ministro de Gran Bretaña había nombrado personalmente para dirigir el Queen's College. Bullen siempre había despreciado a Kane por la ligereza con la que dirigía la universidad, especialmente en lo relativo a los conflictos religiosos entre católicos y protestantes, e incluso más de una vez había sugerido a los obispos católicos la necesidad de que Kane dimitiera de su puesto en favor suyo, abriendo así la puerta para que el Queen's College abandonase definitivamente su carácter no confesional.

La investigación que tuvo lugar para averiguar las causas del incendio duró más de un año y llegó a la Cámara de los Comunes del Parlamento británico. El encargado de plantear lo ocurrido fue un antiguo estudiante del Queen's College de Cork que había estado involucrado en varias discusiones y enfrentamientos con Robert Kane, declarando que el colegio había sido incendiado por

uno de sus profesores. Las acusaciones recayeron sobre Bullen, quien enseguida escribió al lord teniente de Irlanda acusando a su vez a Kane, argumentado que había sido él quien le había encargado un informe para aclarar las causas del incendio, y que en él se atribuía la culpa a los agentes del cardenal Paul Cullen y a los ultramontanos, integristas católicos que no aceptaban el carácter no católico de los Queen's Colleges. Con esta acción, Bullen esperaba conseguir que Kane renunciara a su puesto, pero este se mantuvo firme porque era consciente de que las acusaciones de Bullen eran completamente infundadas y que no podrían ser ni probadas ni respaldadas. A final de cuentas, Kane consiguió probar su inocencia y Bullen fue apartado de su puesto como profesor del Queen's College.

Aunque sin quererlo, George Boole se vio involucrado en todo este asunto con gran angustia. Richard, el hijo de Bullen, era uno de sus mejores estudiantes de Matemáticas e incluso había logrado una beca de estudios. Quizá debido también a su enemistad con Kane, Boole siguió contando con los servicios de Bullen como médico hasta el final de sus días, a pesar de que su reputación había caído en desgracia a partir del incidente. En cualquier caso, Boole estuvo presente cuando se produjo el terrible incendio y envió el siguiente informe al claustro del Queen's College:

> Caballeros, como anoche estaba presente en el incendio en el ala occidental del Queen's College, llegando allí poco antes de las once, es mi deber mencionar los siguientes detalles. Expresé mi deseo de que se estableciera vigilancia en el lugar durante la noche y apagar el fuego por si este volvía a empezar de nuevo. Prometí que los hombres encargados de esta tarea serían recompensados por sus servicios, y que yo mismo me haría responsable de ello.

La agitada situación por la que atravesaba el Queen's College causaba una enorme insatisfacción a Boole, quien volvió a tener, esta vez como decano, diversos enfrentamientos y desacuerdos con el rector Kane. En esta ocasión, Boole llevaba algún tiempo considerando cuáles debían ser las asignaturas más adecuadas para la consecución de un título universitario. En su sorprenden-

te propuesta de reestructuración de los planes de estudio, se encontraba, por ejemplo, que ni el Inglés ni la Literatura Inglesa se propusieran como materias de estudio en un primer año, y que todos los estudiantes debían recibir, al menos, un curso de Lógica. En su opinión, las asignaturas de Literatura o de Historia Inglesa debían impartirse mejor entre los estudiantes de Filosofía Natural, mientras que los estudiantes de Matemáticas y Ciencias Físicas debían recibir un curso de Historia y Filosofía de la Ciencia, así como estudiar un idioma moderno durante el segundo y tercer año. Propuso también un curso en el que debía impartirse un primer año común, compuesto por las asignaturas de Latín, Griego, Francés y Matemáticas. Kane sostenía, sin embargo, que el griego debía ser opcional, ya que era prácticamente innecesario en aquellos jóvenes estudiantes que pretendían realizar una carrera científica. En esta batalla, Boole contaba con el apoyo de Henry Cooke, profesor reverendo del Queen's College de Belfast, quien declaró que si a los Queen's Godless (colegios «sin Dios», como se les llamaba en aquella época) también se les quitaba la enseñanza obligatoria del griego, entonces estarían condenados al más absoluto fracaso, pasando a ser denominados sarcásticamente como *Queen's Greekless* (colegios «sin Griego»). Boole también expresó la mala práctica que suponía que los estudiantes de Química obtuvieran su titulación basándose solamente en conocimientos meramente teóricos adquiridos por medio de los libros, pues consideraba que las prácticas de laboratorio y el aprendizaje experimental eran imprescindibles para su formación académica.

Una prueba de la enorme insatisfacción y de los continuos enfrentamientos y disputas con Robert Kane es la carta que Boole escribió a su mentor y amigo William Brooke:

> Cuando un rector descuida sistemáticamente sus obligaciones y sus deberes, pasando apenas un mes al año en Cork para el buen gobierno de su Queen's College, solo se puede esperar la ruina. La única duda en mi mente ahora es si la enormidad de todo este mal gobierno no me pone en la obligación moral de exponerlo públicamente y de tomar las medidas oportunas.

ARTHUR CAYLEY Y EL ÁLGEBRA DE MATRICES

El nombre de Arthur Cayley (1821-1895) aparece estrechamente relacionado con el del álgebra de matrices, rama de las matemáticas en la que se establecen las reglas básicas para sumar y multiplicar matrices, término con el que se designan los cuadros o tablas formados por números. Pese a que muchos de estos conceptos ya eran conocidos por matemáticos anteriores como Lagrange, Gauss, Cauchy o Jacobi, la forma en la que hoy se estudian procede de los trabajos de Cayley. Este nació en 1821 en Richmond, Inglaterra, estudió en el King's College School de Londres y después en el Trinity College de Cambridge. El estudio de las matrices surgió de manera natural en los trabajos de Cayley en relación a su estudio de un sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x' = ax + by \\ y' = cx + dy \end{cases}$$

donde a, b, c, d son números reales, de forma que permiten convertir una pareja o vector de números (x, y) en otro vector (x', y'). Esta transformación queda determinada por estos cuatro coeficientes, los cuales pueden escribirse en la forma de un cuadro o tabla de números, es decir, de una matriz:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}.$$

Ahora supongamos que a esta transformación le sigue la siguiente:

$$\begin{cases} x'' = ex' + fy' \\ y'' = gx' + hy' \end{cases}.$$

Sustituyendo las ecuaciones de la primera en la segunda, se tiene:

$$\begin{cases} x'' = e(ax + by) + f(cx + dy) \\ y'' = g(ax + by) + h(cx + dy) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x'' = (ea + fc)x + (eb + fd)y \\ y'' = (ga + hc)x + (gb + hd)y \end{cases}.$$

Esto condujo a Cayley a definir la regla que hoy en día se enseña y utiliza para calcular la multiplicación de dos matrices:

$$\begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ea + fc & eb + fd \\ ga + hc & gb + hd \end{pmatrix}.$$

A pesar de su evidente malestar, George Boole renunció en 1863 a toda esperanza de obtener un puesto como profesor en otro centro universitario que le permitiera salir de Cork.

Su amigo Augustus De Morgan opinaba que debía regresar a Inglaterra a toda costa, y permanecía atento a cualquier rumor que pudiera haber sobre alguna plaza que pudiera quedar libre y a la que George Boole pudiera presentarse con opciones de ganar. De hecho, otro de sus amigos más cercanos, Isaac Todhunter, quien sería más tarde editor de la nueva edición de su obra *Ecuaciones diferenciales*, también se mostraba ansioso por que George Boole consiguiera una plaza en la prestigiosa Universidad de Cambridge. Muestra de ello es la carta que le escribió el 23 de mayo de 1863:

«El sistema de la lógica de Boole no es sino una de las muchas pruebas de genio y paciencia combinadas.»

— Augustus De Morgan, tras la muerte de Boole.

> Mi querido Boole, es posible que haya visto en *The Times* la noticia de que se invita a enviar candidaturas para la Cátedra Sadleriana de Matemática Pura en Cambridge. El sueldo estaría fijado alrededor de las quinientas o seiscientas libras anuales. Las obligaciones para este puesto se definen a través de estas palabras: «será deber del profesor explicar y enseñar los principios de la matemática pura, y aplicarse al progreso de esta ciencia». No hay ninguna restricción sobre los candidatos que pueden presentarse. Se supone que Cayley se presentará y que finalmente será el elegido. Por supuesto, no tengo ninguna objeción con el señor Cayley, pero no creo que realice su trabajo tan bien como lo haría usted. Aun así creo que haría bien en presentar su candidatura, ya que no creo que le ocasione ningún perjuicio y quizá pueda serle de utilidad. En ocasiones sucede que un candidato obtiene éxito en una segunda oportunidad, después de que su nombre se haya dado a conocer, por lo que puede serle muy útil para algún propósito futuro. Dejo que tome la decisión que juzgue mejor. Habría sido una pena no haberle informado sobre ello y temía que no llegara a su conocimiento a no ser que le escribiera para comunicárselo.

Sin embargo, Boole no consintió enviar su candidatura y el puesto fue finalmente adjudicado a Arthur Cayley. Quizá su decisión estuvo motivada por el hecho de no querer oponerse a su viejo amigo, de quien sin duda tenía una opinión mucho más elevada que la que le había expuesto Todhunter en su carta. Cayley realizó contribuciones muy importantes en muy diversas ramas de las matemáticas, como la teoría de grupos, la teoría de matrices, o la teoría de invariantes y funciones elípticas. El 10 de junio de 1863, Todhunter volvió a escribir a Boole:

> Ojalá hubiera presentado finalmente su candidatura. No creo que la ocasión actual se hubiera presentado muy favorable, pero habría dado a conocer su nombre entre los electores, y así podría haber sido de utilidad si se diera otro nombramiento. Pero puedo entender y apreciar sus razones para no hacerlo. No obstante, me encargaré de informarle de cualquier posible plaza de la que oiga hablar en Inglaterra. Nada me daría más placer que verle a este lado del canal. Pero lamentablemente las plazas en matemáticas no son ni numerosas ni están siempre bien remuneradas.

Sin duda, el sentimiento de insatisfacción por el que George Boole atravesaba, así como las intensas jornadas de trabajo a las que se veía sometido en el Queen's College, fueron afectando a su salud. Poco después de su matrimonio con Mary Everest, su esposa llegó a prohibirle escribir poesía, pues le habían comentado que su marido se encontraba muy sobrecargado de trabajo, y que debía hacer todo lo posible para evitarle cualquier esfuerzo mental innecesario. De hecho, poco después sufrió una inflamación ocular como consecuencia de un accidente que le lastimó un ojo. Aunque no se le podía describir como una persona robusta, la propia Mary contaba que su marido raramente sufría de alguna enfermedad salvo de reumatismo, debido a la excesiva humedad de Cork, lo que en ocasiones le obligaba a quedarse en la cama, pero admitía

EL MÉTODO DE LAS DIFERENCIAS DE CHARLES BABBAGE

El matemático británico Charles Babbage desarrolló en 1823 su famosa «máquina de diferencias» para la evaluación mecánica de polinomios con el fin de automatizar la construcción de las tablas de cálculo empleadas en la navegación y la astronomía, que hasta entonces se realizaban a mano y estaban llenas de errores. En 1862, George Boole tuvo ocasión de encontrarse en Londres con Babbage para aprender los fundamentos matemáticos en los que se basaba su máquina. Para entender este principio matemático, denominado «método de las diferencias», se procede a tabular la función $f(x) = x^2 - 2x + 5$. Para calcular los valores de la columna Δ_1 —la diferencia de primer orden—, se restan dos números consecutivos de la columna $f(x)$. Por ejemplo, para el valor $x = 2$ se tiene $\Delta_1 = 5 - 4 = 1$. De forma similar, para obtener Δ_2 —la diferencia de segundo orden—, se restan dos números consecutivos de la columna Δ_1. Por ejemplo, para el valor $x = 3$ se tiene $\Delta_2 = 3 - 1 = 2$. Si ahora se añade otra columna con las diferencias de tercer orden, esta contendrá todo ceros. La idea fundamental de la máquina de diferencias es que con los valores de x, $f(x)$, Δ_1 y Δ_2 se pueda calcular cualquier valor de la función $f(x)$ realizando sumas sucesivas, para evitar así realizar multiplicaciones, divisiones o cualquier otra clase de operación matemática.

x	$f(x)$	Δ_1	Δ_2
1	4		
2	5	1	
3	8	3	2
4	13	5	
5	20	7	2

x	$f(x)$	Δ_1	Δ_2
6	29	9	
7	40	11	2
8	53	13	
9	68	15	2
10	85	17	

Supongamos que conocemos los valores de partida para realizar la tabulación del polinomio $f(x) = x^2 - 2x + 5$:

x	$f(x)$	Δ_1	Δ_2
1	4	1	2
2			

Para calcular la fila correspondiente a $x = 2$, se suman las columnas de la fila previa por parejas consecutivas, de izquierda a derecha, y situando el resultado dentro de la columna inferior izquierda correspondiente a la pareja elegida. Por ejemplo, se suman $4 + 1 = 5$ y el resultado se sitúa dentro de la columna de $f(x)$; a continuación se realiza la suma $1 + 2 = 3$ y el resultado se coloca en Δ_1. No hay necesidad de calcular Δ_2 porque esta sería la constante.

x	$f(x)$	Δ_1	Δ_2
1	4	1	2
2	5	3	2

El prototipo de máquina de diferencias que Babbage construyó permitía calcular solo diferencias de segundo orden, pero, se propuso calcular diferencias de hasta sexto orden e incluso manipular números de hasta dieciocho dígitos.

que la ansiedad por los asuntos del Queen's College era para Boole una fuente de gran pesar.

En octubre de 1864 Boole salió de su casa sin decirle a su esposa a dónde se dirigía. A su vuelta comentó que había ido a visitar a unos amigos a los que hacía tiempo que no veía. El 14 de noviembre escribió la que pudo haber sido su última carta a su amigo y uno de sus primeros biógrafos, Robert Harley, en la que

mencionaba su intención de realizar entre junio y julio un viaje a Londres para consultar algunos trabajos de Lagrange, Laplace y Euler con los que pretendía terminar la redacción de la nueva edición de su libro *Ecuaciones diferenciales*. Sin embargo, diez días después, exactamente el 24 de noviembre, Boole se dirigió de camino desde su casa en Ballintemple hasta el Queen's College, recorriendo a pie una larga distancia de varios kilómetros. Bien me-

diado el otoño de 1864. llovía de forma torrencial y se dirigió a dar sus clases. Llegó totalmente empapado al College y regresó después de nuevo a su casa con la ropa mojada y con fiebre. Como resultado. el frío terminó por afectar sus pulmones, lo que provocó una pulmonía de la que moriría el 8 de diciembre de 1864. Su mujer Mary relata los acontecimientos que dieron lugar a su fallecimiento:

> Se fue a dormir muy cansado la noche en que enfermó. Los doctores me dijeron desde el principio que su cerebro se encontraba en una condición muy alarmante. Se encontraba literalmente agotado por todo el duro trabajo que había realizado en las últimas semanas, según me dijeron, y en los últimos días había tenido frío, lo que le había traído como consecuencia alguna afección bronquial. Tenía todos los síntomas que suelen acompañar al delirio violento, por lo que debía vigilarlo incesantemente y mantenerlo callado si podía. Le aconsejé que debía mantener su mente lejos del paso del tiempo por completo. Con su habitual docilidad me preguntó en qué debía pensar. Le dije que repitiera después de mí: «lo mismo ayer, hoy y siempre». Y cada vez que los síntomas de la inquietud se acercaban, solía oírle repetir estas palabras, como si se aferrara a ellas con firmeza. Después de un tiempo, las cambió por su propia voluntad por el verso: «¡Oh Señor, tu palabra está establecida en el cielo!», que siempre había estado asociado en su mente con sus descubrimientos matemáticos. Entonces recordé que siempre había dicho que no tenía ninguna creencia positiva en una vida futura. Le pregunté si había cambiado de opinión sobre este punto. Sacudió la cabeza y apartó mi mano. Yo dije: «¿Todavía estás dispuesto a dejar el futuro a Dios?». Él asintió con la cabeza; y se le formó una sonrisa de paz tan maravillosa que no volvió a hablar; y así se quedó, quieto hasta el final.

La realidad, sin embargo, fue muy diferente, y se dice que Mary pudo haber acelerado sin querer la muerte de su marido debido a creencias médicas poco ortodoxas. Trató de curar con desesperación la fiebre de su esposo por medios homeopáticos, argumentando que si la enfermedad original había sido causada por una exposición prolongada a la lluvia, entonces bastaría con proporcionarle un remedio semejante a esta causa para restaurarle la salud. Así que trató de bajarle la temperatura corporal echándole cubos de agua en la cama y colocándole entre sábanas empapadas y frías. La bronquitis pasó a convertirse en neumonía, y dos semanas después George Boole murió. La hija más joven de Boole, Ethel Voynich, comentó y dejó reflejado este hecho:

> En opinión de la tía Mary Ann, la causa de la temprana muerte de padre fue debida a la extraña y errónea creencia de que el agua fría lo cura todo. Alguien, no recuerdo quién, me comentó que se había encontrado a padre «tiritando entre sábanas húmedas». Hoy en día me inclino a pensar que esto sucedió así.

Muy probablemente se le aplicó a Boole un tratamiento médico más ortodoxo, quizá por parte de su amigo el doctor Denis Bullen, pero cuando ya era demasiado tarde para que un médico del siglo XIX le pudiera salvar la vida en semejante estado de salud. George Boole falleció la noche del jueves 8 de diciembre de 1864. Los obituarios de los periódicos dejaron constancia de que la causa de su muerte se había debido a una inflamación de los pulmones, en concreto a una pleuroneumonía, cuyo proceso de enfermedad había llegado a durar entre diecisiete y diecinueve días.

George Boole fue enterrado en el cementerio de la iglesia de Saint Michael en Blackrock, en las afueras de Cork, la mañana del 12 de diciembre de 1864. En el interior de la iglesia, a pocos metros de distancia, su viuda mandó colocar una placa conmemorativa de mármol. En el Queen's College la consternación fue máxima cuando se anunció el fallecimiento de George Boole. Su claustro, reunido el 15 de diciembre, tomó la siguiente resolución al respecto:

> El Claustro del Queen's College de Cork aprovecha esta oportunidad en su primer encuentro desde la lamentada muerte del exprofesor de Matemáticas George Boole, para expresar su profunda tristeza por el suceso y su sentido de pérdida irreparable, en la plenitud de la vida, de quien ha derramado tanto brillo en la ciencia y se ha hecho querer por todos los que le conocieron, por su alto carácter y por sus nobles cualidades. A la señora Boole con profunda aflicción.

Los profesores del Queen's College también decidieron erigir un monumento a Boole dentro de la universidad, y hacia finales de 1866 se recaudaron los fondos suficientes para encargar un hermoso vitral compuesto por diez paneles que fue colocado en su aula magna. En el informe anual del rector, publicado en abril de 1865, Robert Kane también dejó registrado su pesar por la muerte de George Boole, aunque de una manera bastante neutral y formal. No obstante, el sentir por la muerte de Boole se dejó oír en toda Irlanda e Inglaterra, llegando a ser nombrado doctor *honoris causa* por la Universidad de Dublín y por la Universidad de Oxford. Desde 1967 existe incluso un cráter en la Luna que lleva el nombre de George Boole.

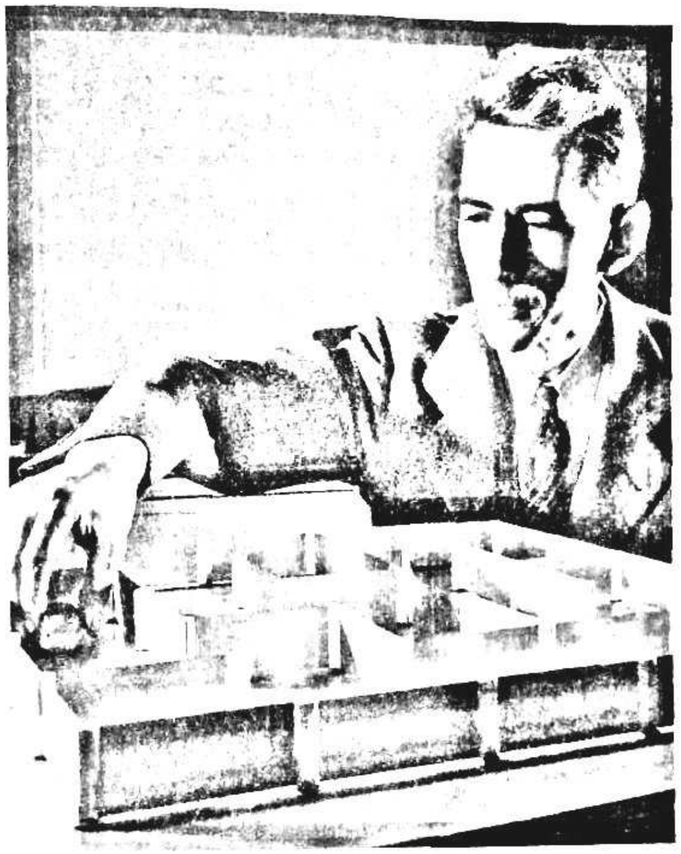
«George Boole iluminó la propia naturaleza del pensamiento y permitió su parcial mecanización, es decir, la moderna computación digital.»

— STEPHEN HAWKING, EN *DIOS CREÓ LOS NÚMEROS*.

En su ciudad natal, Lincoln, también se lamentó la triste noticia de su fallecimiento. Aunque la intención de sus amigos y familiares era erigir un monumento, al final solo se consiguió una vidriera conmemorativa con una placa de bronce en la catedral. La propia Mary Everest sugirió que «la llamada de Dios a Samuel» era el tema religioso más adecuado para ello, ya que era una de las historias de la Biblia favoritas de su marido, sugerencia que fue inmediatamente adoptada.

PIONEROS MATEMÁTICOS DE LA COMPUTACIÓN DIGITAL

Aunque George Boole tuvo contacto con muchos matemáticos de su época, resulta curioso que no mantuviera una mayor relación con el gran matemático británico Charles Babbage, considerado hoy en día como el padre de la computación moderna por su dise-



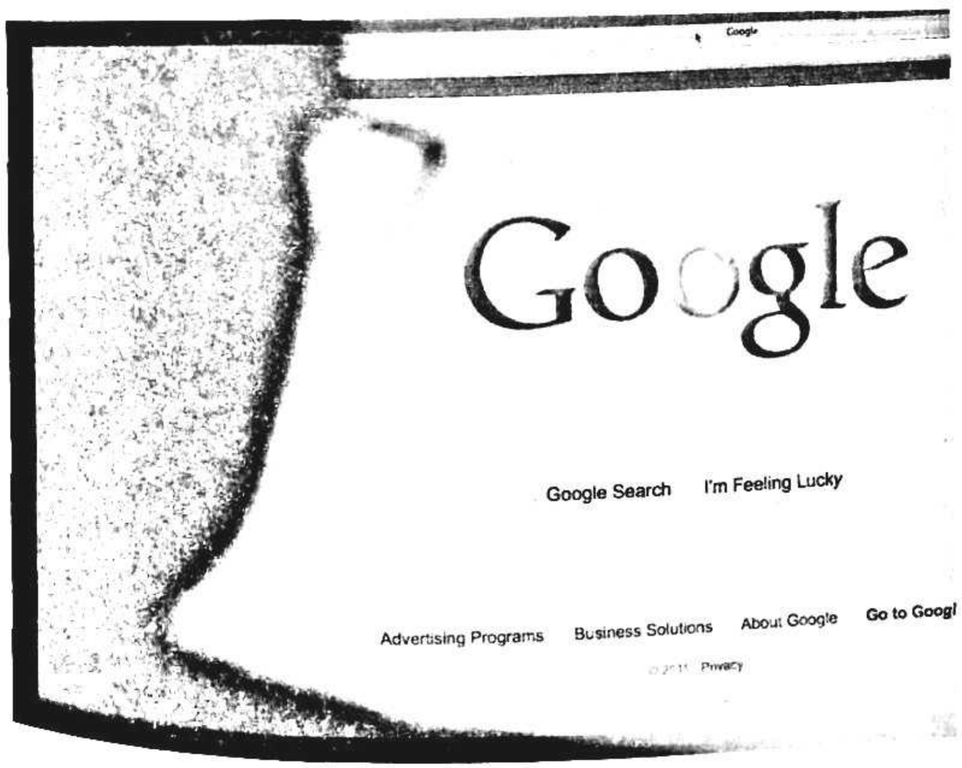


FOTO SUPERIOR IZQUIERDA: **Augustus De Morgan, matemático y amigo de George Boole.**

FOTO SUPERIOR DERECHA: **Claude Shannon, considerado el padre de la teoría de la información, descubrió que podía aplicar el álgebra de Boole al diseño de circuitos eléctrónicos.**

FOTO INFERIOR: **El álgebra y la lógica de Boole se encuentran en la base del desarrollo de herramientas de búsqueda en Internet, como Google.**

ño del primer computador programable de propósito general, la máquina analítica. Este prolífico inventor realizó un buen número de aparatos y mejoras de mecanismos en su época, algunos muy curiosos. Por ejemplo, inventó un código numérico para poder ocultar a intervalos regulares las luces de un faro, efectuó varias mejoras para prevenir los choques de los trenes contra las vacas, estableció los principios de un dispositivo que puede considerarse como el primer velocímetro de la historia, e incluso desarrolló un sistema para emplear luces de colores a través del uso de cristales dispuestos en paralelo y llenos de sales de colores.

Sin embargo, la mayoría de los proyectos de Babbage quedaron inacabados por falta de financiación y, sobre todo, por las dificultades tecnológicas de la época. Como consecuencia de ello, su máquina analítica, pensada para ser programada y realizar cualquier tipo de cálculo, no fue terminada, aunque sus planos y notas de diseño llegaron a tener tal grado de detalle que ya en pleno siglo XX se llegaron a construir prototipos para poder demostrar que sus teorías y cálculos habían sido los correctos. De hecho, muchas de estas ideas resultaron ser pioneras y visionarias en el desarrollo de las primeras computadoras varias décadas más adelante, como el uso de una memoria a la que llamó «almacén» y en donde podía guardar resultados que se emplearían después en los procesos de cálculo efectuados por la máquina, el uso de lo que hoy se conoce con el nombre de «unidad central de procesamiento» de una computadora o CPU mediante un componente principal denominado «molino» encargado de efectuar varias operaciones aritméticas, o el uso de tarjetas perforadas con las que procesar la información de entrada, e incluso una impresora para la salida de los resultados. Sin embargo, no llegó a anticipar el uso del sistema binario formado únicamente por dos cifras, el 0 y el 1, como sí lo había hecho George Boole, pues su máquina solo era capaz de operar con números decimales. Gracias a todas estas ideas, Charles Babbage alcanzó un lugar destacado en la historia de las matemáticas y de la informática.

Resulta interesante pensar qué hubiera pasado si la máquina analítica de Charles Babbage y el álgebra de la lógica de Boole se hubieran unido en pleno siglo XIX. Por supuesto, Charles Babbage sí tenía conocimiento del álgebra de clases desarrollado por Boole, aunque publicó muy poco sobre este tema y enseguida dedicó su atención a otras cuestiones.

En cambio, el interés de George Boole por los trabajos de Charles Babbage surgió en gran medida por su interés en el diseño de otra de sus máquinas: la máquina diferencial. Era un modelo previo a la máquina analítica diseñada para calcular polinomios con los que aproximar el valor de otras funciones más complejas como las logarítmicas y las trigonométricas, de gran importancia en los cálculos astronómicos y de navegación. Boole consideraba el método de las diferencias en el que se sustentaba la máquina diferencial de Babbage como una excelente ilustración de los principios matemáticos de la época, aunque realmente no contemplaba su importancia y uso como una calculadora de propósito general. Aprobaba los esfuerzos de Babbage e incluso llegó a visitarlo en Londres en 1862 para ver en directo su máquina diferencial. En cambio, Babbage solo se interesó por su artículo «Sobre la teoría de probabilidades».

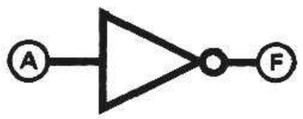
Hubo que esperar hasta el siglo XX, y en concreto a la década de 1930, cuando el estadounidense Claude Elwood Shannon se dio cuenta de que podía aplicar el álgebra de la lógica de Boole al diseño y el análisis de circuitos eléctricos, con lo que revolucionó la electrónica y demostró que los primeros ordenadores modernos podían ser programados mediante el uso del álgebra booleana. Shannon había estudiado con detalle la teoría de George Boole en su obra fundamental *Las leyes del pensamiento* y, en su obra titulada *El analizador diferencial*, se percató de la similitud y semejanza que existían entre las operaciones que realizaban los relés electrónicos con la lógica de Boole. En su tesis de máster de 1938 titulada *Análisis simbólico de los relés y los circuitos conmutadores* consiguió mostrar cómo se podía aplicar esta teoría al diseño y simplificación de circuitos cuando contaba con solo veintidós años. Gracias a ello, consiguió convertir el arte del diseño y análisis de circuitos en una ingeniería.

En concreto, Claude Shannon se dio cuenta de que podía aplicar el álgebra booleana al diseño y el análisis de circuitos electrónicos al considerarlos como si fueran puertas lógicas, es decir, circuitos digitales muy básicos que permitieran implementar las

ecuaciones matemáticas del álgebra de Boole. En principio solo se necesitaban tres funciones lógicas básicas —también llamadas «funciones booleanas»—: la negación NOT, la conjunción AND y la disyunción OR, pero existían otras funciones tales como la función NOR —la negación de la disyunción OR—, la función NAND —la negación de la conjunción AND— o la disyunción exclusiva XOR, que también resultaban muy útiles durante el diseño de los sistemas digitales. A continuación se muestra en qué consisten estas puertas lógicas y su relación con las tablas de verdad del álgebra proposicional desarrollada por George Boole, así como el símbolo con el que se representan actualmente en un circuito.

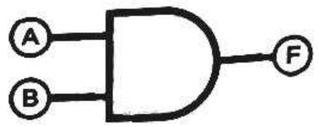
La puerta NOT se corresponde con el operador booleano de negación ¬, y dispone de una entrada A y de una salida F, siendo su comportamiento el siguiente: la salida que se obtiene es justo el complementario de su correspondiente entrada, es decir, un 1 si la entrada es un 0, y un 0 si la entrada es un 1. Su tabla de verdad y su símbolo son:

A	F
0	1
1	0



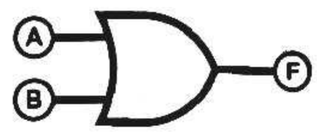
La puerta lógica AND corresponde al operador booleano de conjunción ∧, y dispone de dos o más entradas pero una salida F. La salida es el valor 0 si una de sus entradas tiene el valor 0, mientras que su salida es el valor 1 si todas las entradas tienen el valor 1. Por ejemplo, para el caso particular de tener solo como entradas A y B, la tabla de verdad y su correspondiente símbolo serían los siguientes:

A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



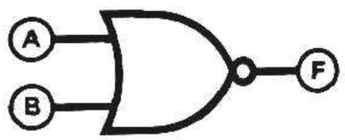
La puerta lógica OR es semejante y se corresponde con el operador booleano de disyunción ∨. También puede tener dos o más entradas, pero solo una salida. Ahora, su salida F es el valor 1 si al menos una de sus entradas tiene el valor 1, y es el valor 0 si todas sus entradas valen 0.

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



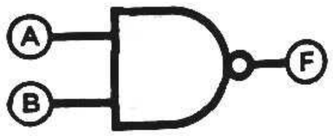
La puerta NOR tiene el siguiente funcionamiento: la salida F es 0 si una de las entradas es 1, y la salida es 1 si todas las entradas son 0. Es decir, es la negación de una puerta lógica OR.

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



La puerta lógica NAND tiene el siguiente funcionamiento: su salida F es 1 si al menos una de sus entradas es 0, y es 0 si todas sus entradas son 1. Es decir, es la negación de una puerta AND.

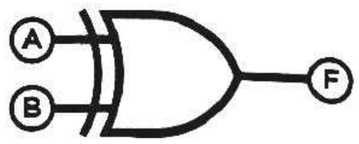
A	B	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



Por último, la puerta lógica XOR implementa el operador de disyunción exclusiva, y tiene el siguiente funcionamiento: su sali-

da F es 1 si al menos una de sus entradas es 1, y 0 si todas sus entradas son 0 o son 1.

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



A partir de estas piezas básicas, se pueden construir circuitos más complicados. Para verlo con un ejemplo concreto, consideramos una función lógica compuesta por tres entradas A, B, C, siendo F su salida. Su definición viene dada mediante la siguiente tabla de verdad:

A	B	F	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Nos fijamos en la columna de la función F y en todas aquellas filas que le dan un valor 1. Si el valor de A en esa fila es 0 se pone su negación $\bar{A}$, y si el valor de A es 1 se pone directamente A, y lo mismo para B y para C. Para considerar los valores de una misma fila se suman, y para considerar los valores entre varias columnas, se multiplican. Así, se obtiene la siguiente expresión booleana:

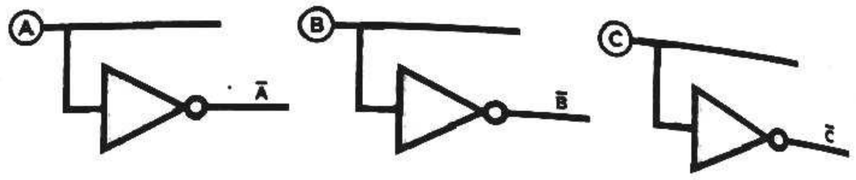
$$F = F(A,B,C) = \bar{A}\cdot\bar{B}\cdot C + A\cdot\bar{B}\cdot\bar{C}.$$

Dibujamos el circuito que corresponde a la función $F = \bar{A}\cdot\bar{B}\cdot C + A\cdot\bar{B}\cdot\bar{C}$. Para ello, se comienza dibujando las tres entra-

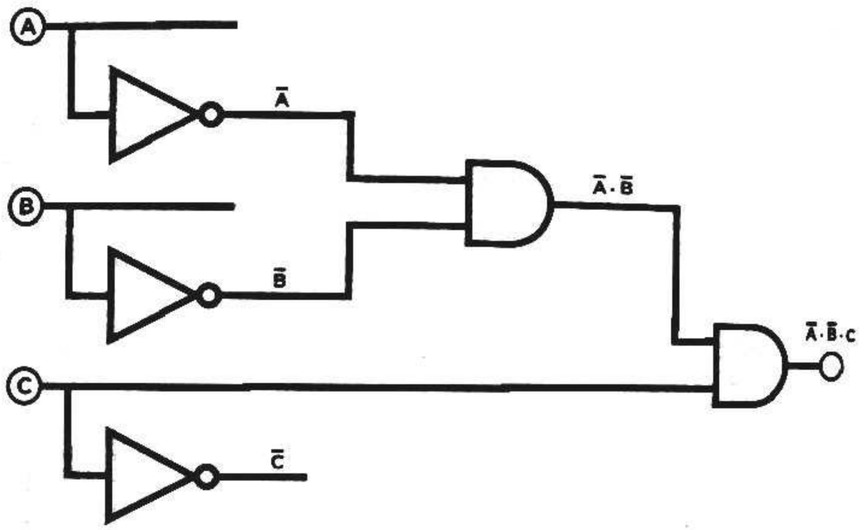
LA TEORÍA DE LA INFORMACIÓN DE CLAUDE SHANNON

El trabajo de George Boole consiguió dar un paso fundamental cuando en 1938 el matemático e ingeniero estadounidense Claude Shannon (1916-2001) demostró que las operaciones booleanas NOT, AND y OR podían representarse mediante circuitos conmutadores electrónicos, y cómo mediante su combinación era posible representar operaciones aritméticas y lógicas complejas. Claude Shannon nació el 30 de abril de 1916 en Michigan, y se graduó en Ingeniería Eléctrica y Matemáticas por la universidad de dicho estado con apenas veinte años. Posteriomente, consiguió un puesto de ayudante de investigación en el Massachusetts Institute of Technology (MIT), donde comenzó a trabajar en una de las primeras computadoras analógicas, el analizador diferencial de Vannevar Bush (1890-1974), diseñado para resolver ecuaciones diferenciales. Fue allí donde Shannon realizó su famosa tesis de máster titulada *Análisis simbólico de los relés y los circuitos conmutadores*, en la que mostró cómo el álgebra de la lógica de Boole podía utilizarse en el diseño y simplificación de circuitos conmutadores. Shannon pasó todo un año trabajando con el famoso matemático Hermann Weyl (1885-1955) en el Instituto de Estudios Avanzados en Princeton antes de comenzar a trabajar en los laboratorios Bell. Fruto de esta colaboración fue la publicación de su trabajo más importante, «Una teoría matemática de la comunicación», en el que Shannon dio forma a su idea revolucionaria de representar la información en forma digital mediante flujos de bits (ceros y unos), dando lugar al concepto de «teoría de la información». Tras pasar quince años en los laboratorios Bell, Shannon regresó al MIT donde fue nombrado catedrático de Ciencias hasta su jubilación en 1978. Recibió todo tipo de premios, reconocimientos y doctorados *honoris causa* por los numerosos inventos que desarrolló: una calculadora aritmética en números romanos, un ratón mecánico capaz de encontrar la salida de un laberinto, un autómata capaz de jugar al ajedrez, o el artilugio más conocido entre sus colegas, la denominada «máquina definitiva», un dispositivo en forma de caja con un interruptor que cuando se pulsaba hacía aparecer una mano mecánica que lo apagaba. También diseñó varios autómatas malabaristas, e incluso él mismo se paseaba por los pasillos de los laboratorios Bell montado en un uniciclo de su invención. Murió de la enfermedad de Alzheimer en 2001.

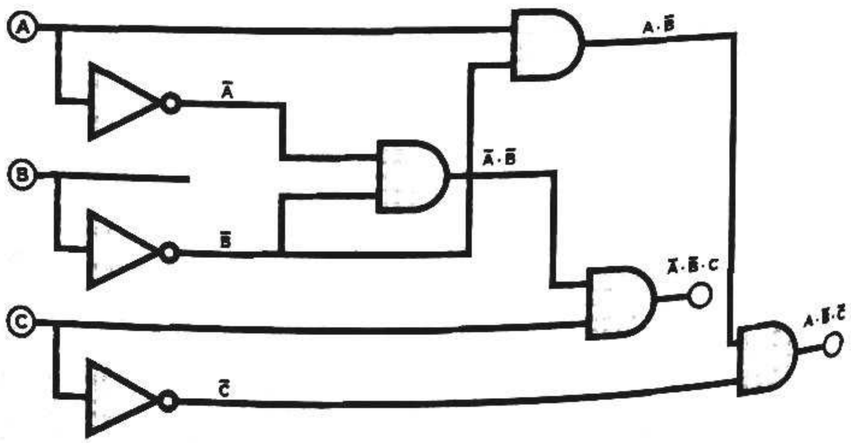
das A, B, C, situando al lado de ellas los símbolos de las tres puertas lógicas NOT que permiten obtener sus correspondientes negaciones $\overline{A}, \overline{B}, \overline{C}$:



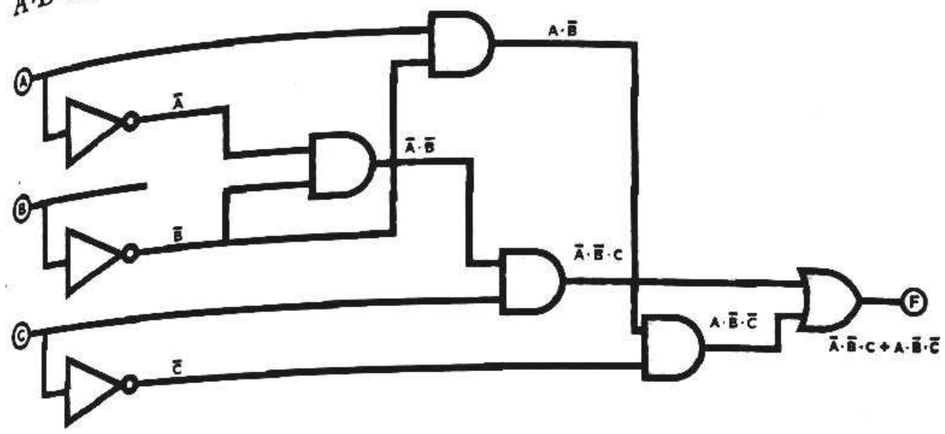
Para obtener el circuito que corresponde a la expresión $\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$, se multiplican las variables mediante dos puertas lógicas AND consecutivas:



Se hace ahora lo mismo para obtener el otro producto $A \cdot \overline{B} \cdot C$, también mediante dos puertas lógicas AND consecutivas:



Por último, mediante una puerta lógica OR se consigue sumar $\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C$ y $A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$, para obtener de inicio un circuito para la función F:



Claude Shannon demostró que «es posible realizar operaciones matemáticas complejas por medio de circuitos de relés», y como ejemplo concreto, mostró el diseño de un circuito que podía sumar números expresados en binario. Su tesis de máster ganó el prestigioso premio Alfred Nobel de las Sociedades Combinadas de Ingeniería de los Estados Unidos, y aún hoy en día sigue siendo un trabajo fundamental en la construcción de circuitos integrados y el diseño de computadores digitales.

EL *DOODLE* DE GOOGLE SOBRE GEORGE BOOLE

Cuando el 2 de noviembre de 2015 se cumplió el bicentenario del nacimiento de George Boole, el famoso buscador Google le dedicó un *doodle*, es decir, una versión alternativa de su logotipo oficial, con el propósito de celebrar esta fecha tan señalada. Acompañando a este homenaje tan especial, aparecieron numerosos titulares en los que se rendía homenaje a Boole como «inventor del funcionamiento lógico» del buscador, o incluso como su «padre» o «precursor». La razón de ello se debe a que el álgebra y la lógica de Boole son la base del desarrollo de las herramientas en línea actuales con las que se realizan las búsquedas en Internet, e incluso el orden en las que estas aparecen. Hoy en

día, los motores de búsqueda permiten el uso de los llamados operadores booleanos del álgebra de Boole, con los que se establecen relaciones simples entre los términos que se desea buscar.

Los operadores NOT para la negación ¬, AND para la conjunción ∧ y OR para la disyunción ∨ pueden ser muy útiles cuando se hacen búsquedas, aunque Google no opere directamente con estos nombres. Por ejemplo, el NOT se sustituye por el símbolo –, el AND por el símbolo + y el OR por el símbolo |. Así, podemos realizar la búsqueda «álgebra | lógica» para buscar todas las páginas web que contengan al menos una de estas dos palabras; «álgebra + lógica» para buscar todas las páginas en las que aparezcan simultáneamente estas dos palabras; o «álgebra – lógica» para excluir todas aquellas páginas en las que aparezca el término precedido por el signo –. En agradecimiento a ello, el *doodle* de Google hacía referencia a estos operadores del álgebra booleana adornando cada una de las letras de su logotipo con los operadores binarios NOT x, NOT y, x AND y, x OR y, además del operador de disyunción exclusiva x XOR y, siendo x e y variables lógicas. Aunque no se trata de una aplicación interactiva, la imagen iba cambiando y algunas de las letras de Google aparecían con sus colores originales, mientras que otras se mostraban en color gris, indicando las aplicaciones de los correspondientes operadores booleanos que se encontraban activos sobre las variables x e y. El resultado de estas expresiones booleanas se mostraba en los dos círculos de color negro por los que se sustituyó la segunda letra g del logotipo habitual de Google; el primero correspondía a la variable x y el segundo a la variable y. Según se activaran los distintos operadores booleanos, aparecían y desaparecían las incógnitas x e y como resultado de la operación.

Como no podía ser de otra forma, en la explicación del *doodle* que dio Google se deseaba un feliz «11001000» cumpleaños al genial George Boole, para representar mediante números binarios su cumpleaños número 200:

$$2^3 + 2^6 + 2^7 = 200.$$

También como curiosidad, algunas personas han destacado la similitud existente entre el nombre de George Boole y el del famoso buscador Google. Incluso se ha sugerido que podría deberse a una especie de mezcla entre el nombre «George» y el apellido «Boole». Esto ha sido desmentido varias veces por la propia empresa, quien siempre ha declarado que el origen del nombre proviene del término «gúgol» —o *googol*—, nombre acuñado en 1938 por un niño de nueve años, Milton Sirotta, para denominar al número 10 elevado a 100, es decir, un 1 al que le siguen cien 0).

El 30 de abril de 2016 apareció otro *doodle* de Google, esta vez dedicado a celebrar el centenario del nacimiento de Claude Shannon. En esta ocasión, el homenaje consistía en una imagen interactiva en la que Shannon aparecía realizando los malabarismos que tanto le gustaban con los símbolos 0 y 1 del código binario. El buscador rendía así homenaje al padre de la teoría de la información.

Lecturas recomendadas

Ashurst, F.G., *Fundadores de las matemáticas modernas*, Madrid, Alianza Edtorial, 1985.

Bell, E.T., *Los grandes matemáticos*, Buenos Aires, Losada, 2010.

Boyer, C., *Historia de la matemática*, Madrid, Alianza Editorial, 2007.

Davis, M., *La computadora universal. De Leibniz a Turing*, Debate, 2002.

De-Soto, A.R. y Trillas, E., *Algunos genios de la computación: biografías breves*, León, Universidad de León, 2006.

Hawking, S.W., *Dios creó los números: Los descubrimientos matemáticos que cambiaron la historia*, Madrid, Crítica, 2006.

Huertas, M.A., *Lógica y álgebra de Boole. Operadores booleanos y tablas de verdad*, Barcelona, Universitat Oberta de Catalunya, 2011.

Kneale, W. y M., *El desarrollo de la lógica*, Madrid, Tecnos, 1980.

Livio, M., *¿Es Dios un matemático?*, Madrid, Ariel, 2009.

Mizraji, E., *En busca de las leyes del pensamiento. Una mirada desde la era de la información*, Montevideo, DIRAC, Ediciones Trilce, 2013.

Mosterin, J., *Los lógicos*, Madrid, Espasa, 2007.

Odifreddi, P., *Las mentiras de Ulises*, Madrid, Salamandra, 2006.

Peña, R., *De Euclides a Java: Historia de los algoritmos y de los lenguajes de programación*, Madrid, Nivola, 2006.

Stewart, I., *Historia de las matemáticas*, Madrid, Crítica, 2008.

Índice

Abbott, Edwin 119
álgebra
  de clases 10,
  algebra de la lógica 13, 35,
    43-65, 73, 74, 76, 80, 86, 93,
    125, 140, 141, 145.
  de sucesos aleatorios 83, 86
Angeli, Basilio 70
Aristóteles 8, 52, 57-59, 62-64, 77,
  78, 85, 88, 90, 93, 94, 122
Arquímedes 120
Ars combinatoria 91, 92
Ars magna 91, 92
Atlas de geografía física 51
axioma de idempotencia 55, 81, 82
axiomática de Kolmogorov 86

Babbage, Charles 28, 49, 78, 79,
  134, 135, 138, 140, 141
Bainbridge, Thomas 19
Blyth, John 128
Bolyai, János 122
Boole, Alicia 102, 117, 119, 122, 124
Boole, Charles 17
Boole, Ethel Lilian 103, 117, 124
Boole, John 13, 17-19, 50
Boole, Lucy Everest 103, 117, 124
Boole, Margaret Taylor 102, 117, 122
Boole, Mary Ann Joyce 13, 17, 117
Boole, Mary Ellen 102, 117, 121
Boole, William 17, 22, 26
Brooke, William 26, 130
Bruno, Giordano 91
Bullen, Denis 128, 129, 137
Bullen, Richard 70
Burke, Richard 127, 128
Bush, Vannevar 145

cálculo
  de diferencias finitas 110, 113
  de variaciones 30-37, 106
  proposicional 82, 94
Carroll, Lewis 63
cartas
  de Boole 120
  silogísticas 88, 89
Cauchy, Augustin Louis 106, 131
Cavalieri, Bonaventura 121
Cayley, Arthur 9, 37, 39, 40, 131, 133
circuitos
  conmutadores 141, 145
  eléctricos 11, 141

Clarke, Samuel 64, 65
código binario 56, 149
computadora universal 64
Cooke, Henry 130
criptografía 123
cuarta dimensión 119, 121, 122
cuaterniones 62, 108, 109

Davis, Martin 64
demostrador de Stanhope 93
derivada 106, 115, 116, 121
desigualdad de Boole 88
diagramas de Venn 93
Dido 32, 37
dimensiones 119, 121-124
discriminante 36, 38, 40
Dogson, Charles Lutwidge 63
Donkin, William Fishburn 83
doodle 147-149

ecuaciones
  algebraicas 19, 43, 65, 70, 77
  diferenciales 8, 10, 13, 97, 105, 106, 113-116, 132, 135, 145
Einstein, Albert 9, 25, 40, 119, 122
Elisa de Tiro, 32
Eneida 32
Euclides 7, 49, 70, 77
Euler, Leonhard 32, 34, 85, 93, 135
Everest, George 10, 100
Everest Boole, Mary 10, 13, 97, 100, 101-105, 110, 117-121, 133
experimento aleatorio 84, 87

Fermat, Pierre de 32, 34, 121
Ffrench Bromhead, Edward Thomas 28
Fourier, Jean-Baptiste Joseph 32, 91

Galilei, Galileo 32, 91
Gauss, Carl Friedrich 7, 36, 40, 109, 122, 131
geometría no euclídea 122
Gödel, Kurt 7, 8
Google 139, 147-149
Googol 149
Graves, Charles 47, 50
Graves, Robert 47
Gregory, Duncan Farquharson 30

Hall, Robert 21, 24
Hamilton, William Rowan 62, 106-110
hardware 91
Harley, Robert 134
Hawking, Stephen 7, 138
Hilbert, David 40
hilorama 101
Hinton, Charles Howard 121, 122
Horacio 18

informática 7, 10, 11, 79, 92, 140
Instituto de Mecánica de Lincoln 23, 27, 51
inteligencia artificial 11, 92
Jacobi, Carl Gustav Jakob 106,131
Jevons, William Stanley 80, 93-95
Johnston, Alexander Keith 51

Kane, Robert 69-72, 75, 99, 107, 128-130, 138

Lacroix, Sylvestre François 27
Lagrange, Joseph-Louis 28, 29, 31-36, 40, 106, 131, 135
Laplace, Pierre-Simon 27, 86, 135
Larken, Edmund Roberts 26
Las leyes del pensamiento 7, 9, 13, 20, 35, 52, 56, 67-95
Leibniz, Gottfried Wilhelm 28, 77, 78, 91, 92
ley
  de la atracción gravitoria 114
  de la energía 34
  del impulso 134
  del movimiento 34
  de Zipf 125
Llull, Ramon 85, 91, 92
Lobachevsky, Nikolái 122
lógica 8-11, 35, 43-66, 73-77, 80, 83, 85, 86, 90, 94, 95, 105, 106, 132, 140, 141, 148
Lord Byron 49
Lovelace, Ada 49
Lubbock, John 100

MacHale, Desmond 11, 107
Mahon, Charles 93
Manuscrito Voynich 123
máquina
  analítica 49, 79, 140, 141
  definitiva 145
  diferencial 79, 141
  lógica 85, 91-93, 95
Marquand, Allan 95
mecánica
  analítica 28, 35, 36
  celeste 27
Meleagro 18
Monge, Gaspard 28
Morgan, Augustus de 9, 47-51, 58, 71, 72, 76, 78, 81, 82, 99, 102, 106, 110, 132, 139
Morgan, Sophia Elizabeth de 50
movimiento del péndulo 114

Napoleón 17, 31
Neptuno 25
Newton, Isaac 7, 8, 11, 21, 23-25, 27, 29, 32, 51, 91, 119
Nightingale, Florence 39
números
  imaginarios 109
  complejos 108, 109
  de Bernouilli 49
  hipercomplejos 109
  reales 108, 109, 131
ojo de Horus 39

Pascal, Blaise 77
Pascalina 77
Peacock, George
Peel, Robert 69
Peirce, Charles Sanders 80, 85, 95
piano lógico 93, 95
Planilandia 119, 121
Poincaré, Henri 29
politopos 123
principio
  de acción mínima 34
  de Fermat 34, 121
probabilidad 10, 13, 73, 75,76, 83, 84, 86, 87-90, 93, 100, 105, 141
problema
  de la braquistócrona 32, 33
  de los cuatro colores 49
  de los tres cuerpos 27, 29
  isoperimétrico 31, 32, 34
puente de Broughman 109
puertas lógicas 11, 141, 142, 146

Reilly, Sidney 155
relaciones de recurrencia 111
Revolución industrial 18
Royal Irish Academy 107
Royal Society
  de Edimburgo 13, 90, 107
  de Londres 8, 13, 45, 77, 93, 107, 118, 122
Russell, Bertrand 76, 124

Schoute, Peiter 123, 124
Shannon, Claude 8, 10, 11, 125, 139, 141, 145, 147, 149
silogismo 52, 58, 60-64, 77, 78, 85, 88, 93, 122

sínodo de Thurles 71, 72
Sirotta, Milton 149
Smith, Henry John Stephen 104
Sócrates 52, 54, 60-62
software 91
Spinoza, Baruch 64
suceso 83, 84, 86, 87, 89, 90, 127, 137
Sylvester, James 39, 40

Taylor, Geoffrey Ingram 117, 122
teorema
  de incompletitud 8
  de MacLaurin 76
  del binomio de Newton 11
teoría
  de conjuntos 81
  de invariantes 36, 39-41, 133
  de la información 139, 145, 149
  de números 39, 104
  de probabilidades 75, 83, 88, 90, 141
Thomson, William 9, 46, 47, 48, 50
Todhunter, Isaac 114, 132, 133
Tolkien, J.R.R. 123
transformaciones 13, 40

unitarismo 19, 20, 24
Urano 25

Venn, John 93
Vericour, Raymond de 71-73
Virgilio 32
Voynich, Ethel Lilian 124
Voynich, Wildfrid 123, 124

Walsh, John 73
Weierstrass, Karl 2
Weyl, Hermann 145
Whewell, William 49